На правах рукописи



Иванов Виктор Андреевич

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕЛ В УЗЛАХ ТРЕНИЯ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Красноярск – 2018

Работа выполнена на кафедре «Прикладная механика» Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский федеральный университет» (ФГАОУ ВО «СФУ»)

Научный руководитель: **Еркаев Николай Васильевич**
Доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Киселев Сергей Петрович**
Доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ФГБУН Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

Матвеев Александр Данилович
Кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник Института вычислительного моделирования Сибирского отделения Российской академии наук – обособленного подразделения ФГБНУ ФИЦ КНЦ СО РАН

Ведущая организация: Красноярский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук – Специальное конструкторско-технологическое бюро «Наука» г.Красноярск

Защита состоится 19 декабря 2018 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.070.07 на базе ФГБОУ ВО «Байкальский государственный университет» по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, 24, корпус 9, зал заседаний ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Байкальский государственный университет» по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, БГУ, корпус 2, аудитория 101,
(http://dissovet.bgu.ru/dissertation/disInfo.aspx?id=57).

Отзывы на автореферат направлять по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, БГУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.070.07.

Автореферат разослан «___» октября 2018 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
Кандидат технических наук, доцент Т.И. Ведерникова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Задачи упруго-гидродинамического контакта возникают при проектировании различных узлов трения, в особенности – подшипников качения и скольжения, которые эксплуатируются в очень широком диапазоне условий и нагрузок. К этим узлам часто предъявляются повышенные технические требования, и при их конструировании возникает необходимость в использовании современных методов математического моделирования. Поэтому разработка и совершенствование математических моделей узлов трения является актуальной и важной задачей. Несмотря на то, что контактной гидродинамике около 80 лет, до сегодняшнего момента не известны полные решения для многих тяжело нагруженных режимов упруго-гидродинамического контакта. В настоящее время широкое применение получили различные мульти-дисциплинарные программные комплексы. Однако, применение таких комплексов для расчета нестационарных упруго-гидродинамических задач наталкивается на значительные трудности, связанные с наличием очень тонких слоев, огромных перепадов давления и жесткостью нестационарных задач, требующих выбора очень мелких шагов по времени и пространству. В этом случае, для решения конкретных инженерных задач имеет смысл сочетать аналитические методы с ограниченным численным моделированием, что позволяет существенно снижать вычислительные затраты. Такой подход «гибридного» моделирования применяется в данной работе.

Работа посвящена математическому моделированию упруго-гидродинамического взаимодействия тел при наличии тонкого слоя смазочного материала, разделяющего рабочие поверхности. Рассматриваются как стационарные, так и нестационарные аспекты такого взаимодействия. Разрабатываемый подход опирается на совместное решение уравнений гидродинамики смазочного материала и механики деформируемых тел. Важным усложняющим фактором является учет нелинейной зависимости коэффициента вязкости от термодинамических параметров.

Цель и задачи работы

Разработать математическую модель и метод расчета самосогласованных распределений давления и деформаций рабочих поверхностей в зонах гидродинамического контакта узлов трения при больших нагрузках с учетом тепловыделения и нелинейной зависимости вязкости смазочного материала от давления и температуры, а также реализовать метод в виде комплекса программ.

1) Разработать метод расчета функции податливости, характеризующей упругие свойства контактирующих поверхностей.

2) Построить алгоритм расчета распределения давления в области смазочного слоя с учетом деформации контактирующих тел и переменной вязкости слоя, зависящей от давления и температуры.

3) На основе численной модели выполнить исследования эффектов, связанных с нелинейной зависимостью коэффициента вязкости от давления, а также прогибом поверхностей в зоне гидродинамического контакта.

4) Определить зависимости несущей способности и коэффициента демпфирования смазочного слоя от минимальной толщины слоя.

5) Получить уравнения и исследовать решения, описывающие переходные нестационарные режимы упруго-гидродинамического контакта.

Научная новизна работы

Впервые разработан численный метод определения функций податливости контактирующих тел с использованием разложения Фурье и коэффициентов регуляризации. Найденные функции податливости не зависят от конкретного распределения давления в смазочном слое и используются для итерационного расчета характеристик смазочного слоя и деформаций поверхностей при различных нагрузках. Построен итерационный алгоритм с использованием функции податливости, который обеспечивает достаточно быструю сходимость и показывает высокую эффективность при вычислении самосогласованных поверхностных деформаций и распределений давления в зоне контакта.

Данный метод применен для определения зависимости несущей способности и коэффициента демпфирования смазочного слоя от толщины слоя. С использованием найденных функций изучен переходной процесс установления стационарного режима.

Впервые получено асимптотическое решение задачи нестационарного упруго-гидродинамического контакта движущегося ролика с пластиной конечной толщины с учетом деформации тел и зависимости коэффициента вязкости от давления.

Впервые найдено критическое значение пьезокоэффициента, при котором эффект возрастания давления, обусловленный увеличением вязкости, компенсируется влиянием прогиба упругой поверхности.

Положения, выносимые на защиту

Построена новая математическая модель нестационарного упруго-гидродинамического контакта, использующая разбиение исходной общей задачи на более простые последовательно решаемые задачи.

Предложен новый численный метод расчета упруго-гидродинамического контакта, основанный на введении функции податливости, зависящей только от геометрических размеров и упругих свойств контактирующих материалов и являющейся ключевым элементом при расчете самосогласованных распределений давлений и деформаций в зоне упруго-гидродинамического контакта.

Разработана программа, позволяющая эффективно вычислять распределение давления в смазочном слое с учетом кавитации, переменной вязкости, волнистости и деформаций контактирующих поверхностей.

Показано, что релаксация давления в ходе нестационарного переходного процесса определяется коэффициентом демпфирования смазочного слоя, который находится из решения квазистационарной задачи с использованием функции податливости.

Получены уравнения нестационарного переходного процесса в зоне контакта, которые являются «жесткими» и содержат сингулярные малые параметры, характеризующие «быстрые» и «медленные» стадии релаксации давления в

смазочном слое. Построено асимптотическое нестационарное решение, позволяющее аналитически описать процесс релаксации максимального давления в слое при любых резких изменениях общей нагрузки.

Степень достоверности результатов

При моделировании проводилось тестирование численных алгоритмов сравнением с точными и приближенными аналитическими методами расчета деформаций упругих цилиндрических оболочек. Тесты показали хорошую сходимость расчетов. Также проводился анализ влияния шага сетки на точность расчета для используемого программного комплекса. Тестирование численной модели гидродинамического контакта ролика с пластиной показало, что максимум давления в смазочном слое и значение несущей способности хорошо согласуются с формулами П. Л. Капицы, полученными в стационарном случае при отсутствии деформаций поверхностей. Результаты расчетов распределения давления в смазочном слое для подшипника скольжения сравнивались с опубликованными работами других авторов, выполненными на основе других численных методов и программных пакетов. Все тесты и сравнения показали хорошую точность используемых в диссертационной работе методов, что позволяет считать полученные на их основе результаты достоверными.

Личный вклад автора

Автор лично проводил все аналитические и численные расчеты, а также принимал непосредственное участие в анализе и обработке данных, интерпретации результатов, подготовке статей и их представлении на различных конференциях.

Практическая значимость

В диссертационной работе развита методика, позволяющая разделять исходную задачу упруго-гидродинамического взаимодействия тел в узле трения на более простые задачи, решаемые отдельно: а) расчет деформаций контактирующих тел; б) расчет давления в смазочном слое в зоне контакта. Ключевую роль в данной методике играет функция податливости, посредством которой учитывается влияние деформаций на течение в смазочном слое. Применение данного подхода позволяет существенно ускорить расчеты конкретных инженерных задач, снизить требования к используемой компьютерной технике и снизить затраты на вычислительные ресурсы. Результаты диссертации использованы филиалом ООО «Русская инжиниринговая компания» для оптимизации работы и продления срока службы редукторов, применяющихся при производстве анодной массы.

Апробация работы

Основные положения диссертационной работы, разработанные модели, методы расчета узлов трения были представлены и обсуждались на следующих международных и всероссийских конференциях:

VII, VIII, IX Международные конференции, посвященные памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М.Ф. Решетнева. «Решетневские чтения», г. Красноярск. 2013, 2014, 2016.

VIII, IX, X, XI, Всероссийские научно-технические конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием. «Молодежь и наука», г. Красноярск. 2012, 2013, 2014, 2015.

Так же промежуточные результаты докладывались на семинаре ANDRITZ HYDRO GnbH in Weiz, Austria. 2015.

Публикации

Всего по теме диссертации опубликовано 14 научных работ, в том числе: 8 статей в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, рекомендованных ВАК РФ; 5 публикаций в материалах международных и российских конференций; получено 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем диссертации

Работа состоит из введения**,** пяти глав, выводов, списка литературы из 110 наименований. Объем диссертации составляет 138 страниц. Работа содержит 63 рисунка и 6 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации. Описаны цели и задачи работы. Обоснована научная новизна данного исследования. Перечислены положения, выносимые на защиту. Составлен список публикаций и апробаций работы. Дано описание структуры и объема диссертации.

В **первой главе** дан краткий литературный обзор и описано текущее состояние контактной гидродинамики, а также описан предлагаемый метод упруго-гидродинамического расчета узлов трения.

Предлагаемый метод решения упруго-гидродинамической задачи основан на разбиении сложной исходной задачи на последовательно решаемые более простые задачи:

1) задача определения функциональной связи между упругими деформациями контактирующих тел с распределением давления на их границе;

2) гидродинамическая задача определения распределения давления в жидком слое с учетом зависящего от давления прогиба поверхностей.

Связь упругой деформации и давления в общем виде можно представить в следующем выражении:

$$\delta(x) = \int_{\Omega} P(x')K(x-x')d\Omega', \qquad (1)$$

где: δ и P – прогиб поверхности и соответствующее давление, Ω – площадка контакта. Функцию $K(x\text{-}x')$, являющуюся ядром линейного функционала, будем называть функцией податливости.

Функция податливости $K(x\text{-}x')$ является ключевым элементом в данном методе решения упруго-гидродинамической задачи. Эту функцию можно определить независимо от решения гидродинамической задачи. Важно отметить, что восстановление функции податливости является «некорректной задачей», в которой мелкомасштабные погрешности в исходных данных могут вызвать заметные

осцилляции в итоговых результатах. Поэтому для сглаживания функции податливости необходимо применять регуляризацию.

Течение вязкой жидкости в тонком слое описывается уравнениями Стокса, на основе которых получено интегральное уравнение сохранения потока массы, учитывающее такие факторы, зависимость коэффициента вязкости от температуры и давления, волнистость поверхностей, возможное неполное прилипание жидкости на границах тел, прогиб поверхностей и кавитацию.

При резких изменениях внешней нагрузки F возникают возмущения скорости центра масс, вызывающие нестационарные изменения толщины жидкого слоя и распределения давления в зоне контакта. Это приводит к изменению силовой реакции жидкого слоя на внешнюю нагрузку

$$\vec{W} = \int P\vec{N}dx', \tag{2}$$

которую можно представить в виде разложения:

$$\vec{W} = \vec{W}_0(\vec{x}_c) + \vec{\lambda}\dot{\vec{x}}_c. \tag{3}$$

Здесь первое слагаемое – стационарная несущая способность, а второе – возмущение, обусловленное скоростью центра масс. Коэффициент λ представляет собой матрицу коэффициентов демпфирования слоя, которые определяют релаксацию давления в смазочном слое при переходных процессах. В результате нестационарная задача сводится к решению нелинейного уравнения динамики:

$$M\ddot{\vec{x}}_c + \vec{\lambda}\dot{\vec{x}}_c + \vec{W}_0(\vec{x}_c) = \vec{F}\ , \tag{4}$$

Диссертационная работа основана на реализации изложенного выше метода, который позволяет находить самосогласованное нестационарное решение упруго-гидродинамического взаимодействия тел с любыми геометрическими параметрами и учетом их деформации.

Во **второй главе** изложены аналитические и численные методы расчета деформаций цилиндрических тел при заданном распределении давления на границе. Численный расчет деформаций тел выполнялся с помощью программного комплекса ANSYS, основанного на методе конечных элементов. В качестве теста использовалось точное решение задачи о деформации полой цилиндрической трубы при постоянных давлениях на внутренней и внешней границах. Из тестовых расчетов выявлено, что отклонение численного решения от аналитического не превышает 3%, что может быть связано с величиной шага сетки и влиянием торцевых эффектов. Установлено, что различие прогибов в центральном сечении для цилиндров различной длины объясняется влиянием краевых эффектов. С увеличением длины цилиндра численное решение стремится к точному аналитическому решению. Из расчетов относительного прогиба видно, что пакет ANSYS показывает достаточно хорошую сходимость к аналитическому решению. Проведены расчеты как для плоской, так и для трехмерной модели двуслойной цилиндрической оболочки. Из сравнения прогиба центрального сечения объемной и плоской оболочки видно, что при одном и том же распределении давления прогиб в 3-D случае намного меньше, так как в нем присутствует деформации вдоль оси тела.

В **третьей главе** решена задача нестационарного упруго-гидродинамического (УГД) контакта ролика, движущегося вдоль деформируемой поверхности. В стационарной постановке задача УГД контакта ролика с деформируемой

поверхностью рассматривалась во многих публикациях. Решение этой задачи необходимо для расчета и проектирования роликовых подшипников качения, в которых возникают упругие деформации рабочей поверхности, контактирующей с роликом. Контактная схема представлена на рисунке 1, где выбрана система отсчета, связанная с центром ролика.

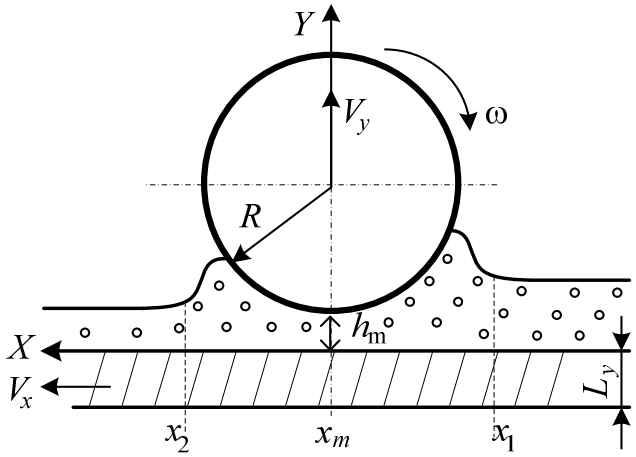


Рисунок 1 – Схема расположения ролика, пластины и слоя жидкого смазочного материала.

Распределение давления в смазочном слое определяется путем решения уравнения Рейнольдса с учетом прогиба поверхности и зависимости вязкости от давления:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(h^3 \exp(-\alpha P)\frac{\partial P}{\partial x}\right) = 6\mu_0 V\left(\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{2}{V}\frac{\partial h}{\partial t}\right),$$
$$h = h_m + \frac{(x-x_m)^2}{2R} + \delta(P). \qquad (5)$$

где α – пьезокоэффициент давления, h – зазор в смазочном слое, h_m – минимальный зазор в смазочном слое, μ_0 – динамическая вязкость масла при нормальном давлении, V – сумма скоростей границ ролика и пластины, $\delta(P)$ – прогиб упругой поверхности, связанный с давлением интегральным соотношением (1).

Для решения задачи вводятся безразмерные переменные:

$$\tilde{x} = (x-x_m)/\sqrt{h_m R},\quad H = h/h_m,\quad q = P/P_0,\quad P_0 = 6\mu V\sqrt{R}/h_m^{1.5},\quad \upsilon = \frac{V_y}{V}\sqrt{\frac{R}{h_m}}. \qquad (6)$$

Расчет нормированных распределений давления и прогиба выполняется итерационным способом по следующим формулам:

$$\frac{\partial}{\partial\tilde{x}}\left(H_n{}^3 \exp(-\tilde{\alpha} q_n)\frac{\partial q_n}{\partial\tilde{x}}\right) = \frac{\partial H_n}{\partial\tilde{x}} + 2\upsilon,\quad H_0(\tilde{x}) = 1+\tilde{x}^2/2, \qquad (7)$$

$$H_{n+1}(\tilde{x}) = 1+\tilde{x}^2/2 + A\int_a^b q_n(x')K_1(\beta(\tilde{x}-x'))dx' + A\int_a^b q_n(x')K_2(\beta(\tilde{x}-x'))dx. \qquad (8)$$

Здесь n – номер итерации, $\beta = (R\ h_m)^{1/2}/L_y$, $A = 6\ \mu_0\ V\ R\ /h_m^2$ – коэффициенты, вычисляемые по заданным параметрам задачи, L_y – толщина пластины. Функции $K_{1,2}$ учитывают упругие свойства пластины и ролика.

Проведена серия вычислительных экспериментов для нахождения несущей способности и коэффициента демпфирования в зависимости от минимального зазора. С использованием найденных функций получено уравнение динамики, которое определяет перемещение ролика по нормали к пластине.

$$M\frac{d^2h_m}{dt^2}+\lambda(h_m)\frac{dh_m}{dt}-W_0(h_m)=-F\,, \tag{9}$$

где M – масса ролика.

В результате численного интегрирования (9) получена зависимость зазора от времени, а также из уравнения (5) найдены соответствующие распределения давления в смазочном слое в различные моменты времени.

Также для сравнения рассмотрена идеализированная модель контакта ролика с пластиной без учета деформаций при постоянном коэффициенте вязкости в смазочном слое. В этом случае решение можно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$q(x)=q_0(x)-2\upsilon q_1(x)\,, \tag{10}$$

где функции $q_0(x)$ и $q_1(x)$ не зависят от скорости υ. В результате интегрирования выражения $q(x)$ и умножения на нормировочный множитель, получаем выражение размерной несущей способности вида

$$W=P_0(Rh_m)^{1/2}W'=W_0'\frac{6\mu VR}{h_m}-W_1'\frac{6\mu R^{3/2}}{h_m^{3/2}}V_y\,, \tag{11}$$

где W' – безразмерная несущая способность, постоянные коэффициенты W_0' и W_1' равны 0,401 и 1,125, соответственно.

С учетом выражений (11) и специальных нормировок получено безразмерное уравнение движения ролика по нормали к поверхности:

$$\varepsilon\ddot{h}'+\frac{1}{h'^{3/2}}\dot{h}'-\frac{1}{h'}+1=0\,,\quad \varepsilon=\frac{MV^2W_0'^2}{W_1'^2FR}\,, \tag{12}$$

$$h_m=h'h_0\,,\quad t=t't_0\,,\quad t_0=\frac{W_1'\sqrt{Rh_0}}{VW_0'}\,,\quad h_0=\frac{6\mu VRW_0'}{F}\ . \tag{13}$$

В большинстве случаев параметр при старшей производной варьируется в диапазоне 0.01 – 0.000001 и является малым. Тогда уравнение является «жестким» [А. Н. Тихонов], и его решение может быть представлено в виде асимптотического разложения по сингулярному малому параметру [А. Б. Васильева].

Построено асимптотическое решение, на основе которого найдены зависимости толщины слоя и максимума давления от времени. На рисунке 2 показаны три графика изменения максимума давления с течением времени.

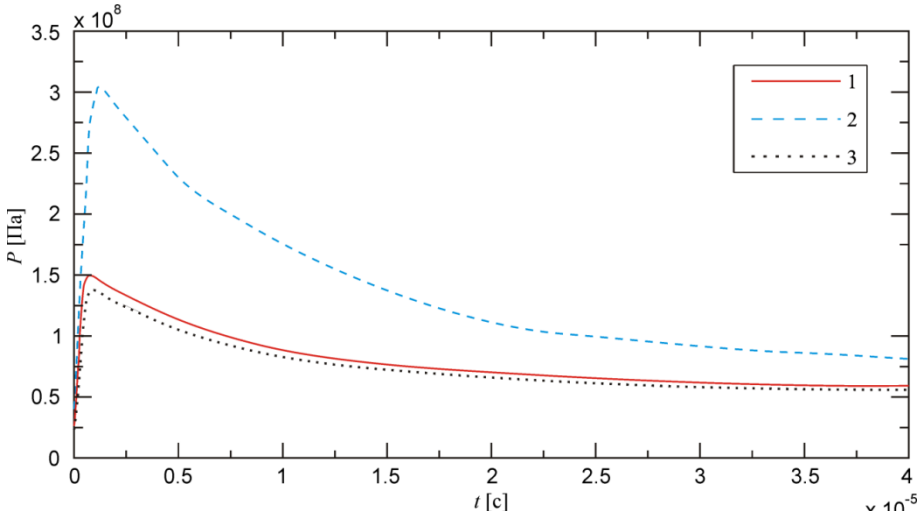


Рисунок 2 – Изменения пика давления в течении времени;
1 – аналитическое решение; 2 – с учетом только пьезоэффекта; 3 – с учетом прогиба поверхности и пьезоэффекта.

Рисунок 2 показывает, что расчет давления с учетом только влияния пьезоэффекта дает сильно завышенный результат. В тоже время совместный учет факторов пьезоэффекта и прогиба дает результат, довольно близкий к аналитическому решению, полученному при постоянной вязкости и отсутствии прогиба. Следовательно, эффекты пьезозависимости вязкости и прогиба в сильной мере уравновешивают друг друга.

В **четвертой главе** рассматривается гидродинамический подшипник скольжения. Предложен метод расчета подшипника, который учитывает не только деформацию вкладыша, но и деформацию корпуса. В таком случае расчеты поверхностных деформаций выполняются самосогласованно с вычислениями распределения давления вдоль всего смазочного слоя. Для этого определяется общая функциональная связь между поверхностными деформациями и распределением давления в слое смазки, принимая во внимание различие свойств материала вкладыша и корпуса.

Для описания предлагаемого подхода рассматривается цилиндрический подшипник скольжения, в котором смазочный слой разделяет стальной вал и бронзовый вкладыш, граничащий со стальным корпусом, как показано на рисунке 3. Здесь ω – угловая скорость вращения вала, φ – азимутальный угол, отсчитываемый в направлении часовой стрелки от точки максимального зазора, η и R_0 – эксцентриситет и радиус цилиндрического вала, R_1 – внутренний радиус вкладыша, R_2 и R_3 – внутренний и внешний радиусы цилиндрического корпуса, L – длина подшипника. В расчетах используются нулевые граничные условия для деформаций на заданной внешней границе корпуса подшипника. Между валом и вкладышем располагается тонкий слой жидкой смазки, называемый смазочным слоем. Также ставим нулевые граничные условия для давления на торцах подшипника.

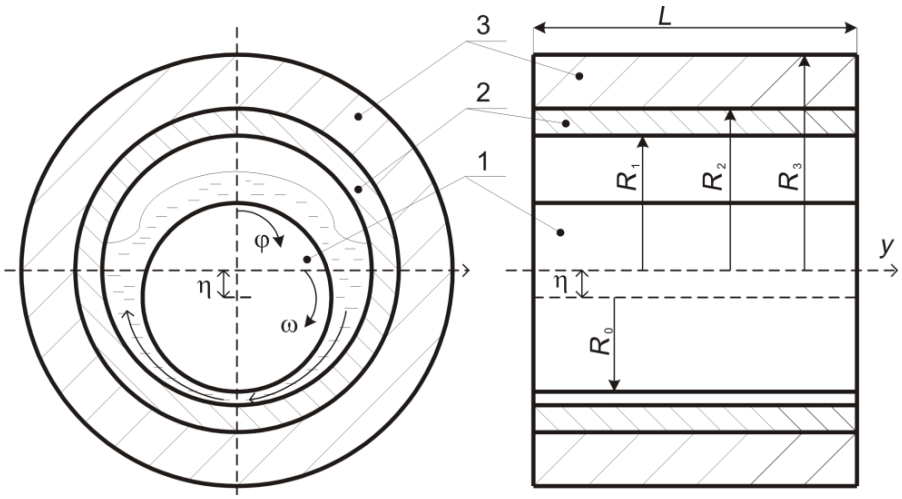


Рисунок 3 – Геометрическая схема подшипника скольжения: 1 – вал, 2 – бронзовый вкладыш, 3 – корпус.

Распределение давления в смазочном слое определяется из решения уравнения Рейнольдса:

$$\frac{1}{R_0^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial\varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h^3}{12\mu}\frac{\partial P}{\partial y}\right)=\frac{1}{R_0}\frac{\partial hu}{\partial\varphi}, \tag{14}$$

$$h = R_1 - R_0 + \eta\cos(\varphi)+\delta(P), \quad P>0; \quad \frac{\partial hu}{\partial x}=0, \quad P\le 0. \tag{15}$$

Здесь h – толщина смазочного слоя, μ – коэффициент вязкости, u – средняя скорость поверхностей вала и вкладыша, y – координата вдоль оси цилиндрического подшипника, φ – азимутальный угол, δ – радиальный прогиб поверхности вкладыша, зависящий от давления в смазочном слое.

Далее, найденные распределения давления используются для вычислений упругих деформаций вкладыша и корпуса с использованием программного пакета ANSYS. Так же, как и в случае с роликом, найденные деформации для заданного распределения давления используются для нахождения функции податливости, входящей в уравнение (1).

Затем функции податливости для различных поперечных сечений сравниваются. Расчеты показывают (рисунок 4), что функции податливости располагаются довольно близко друг к другу для всех сечений (кроме самых крайних). Поэтому можно использовать функцию податливости, рассчитанную только для центрального сечения. Функция податливости, определенная на основе двумерной расчетной модели, на 28% больше аналогичных функций, рассчитанных по трехмерной модели, когда длина и диаметр подшипника сравнимы по величине.

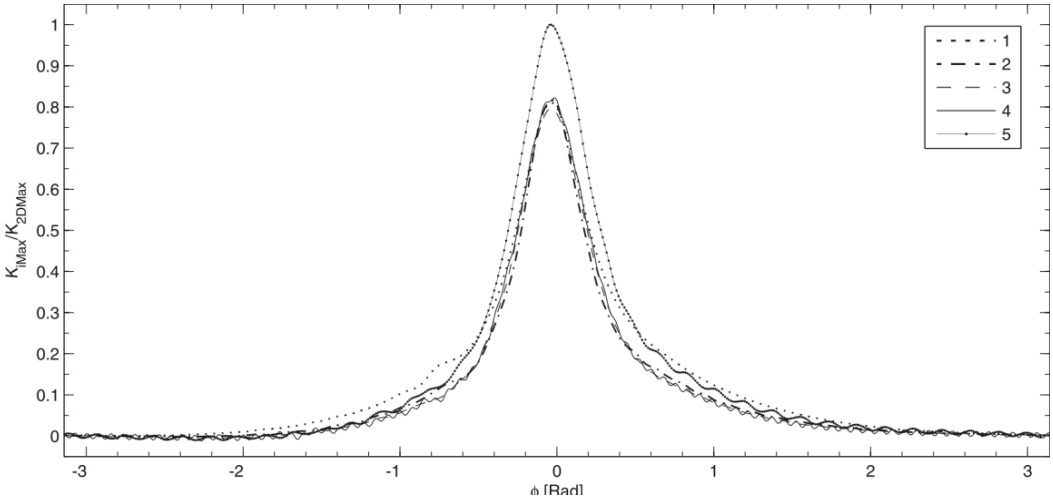


Рисунок 4 – Функции податливости, основанные на трехмерной и двумерной моделях ANSYS, соответственно. Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют поперечным сечениям y=0.02333 м, y=0.01666 м, y=0.00999 м и y=0.00333 м, соответственно. Кривая 5 – двухмерная функция податливости.

Расчет выполнен для следующих параметров: $R_1 = 0.03$ м, $R_2 = 0.035$ м, $R_3 = 0.1$ м, $d = 0.00013$ м, $E_1 = 2.1\cdot10^{11}$ Па, $E_2 = 1.08\cdot10^{11}$ Па, $m_1 = 0,\ 3$, $m_2 = 0.34$, $\mu = 0.024$ Па/с, $\omega = 314.16$ с$^{-1}$, где E_1 и E_2 – модули упругости стального корпуса и бронзового вкладыша, m_1 и m_2 – коэффициенты Пуассона для материалов корпуса и вкладыша, соответственно. Длина и диаметр подшипника предполагаются равными друг другу.

Далее найденная функция податливости применяется для определения самосогласованного давления в смазочном слое методом итераций. При этом учитываются зависимость коэффициента вязкости от температуры и давления по закону Петрусевича.

Итерационная процедура определяется следующими уравнениями:

$$\frac{1}{\Delta\varphi^2}\left[S_{i+1/2,j}P^{n+1/2}_{i+1,j} - \left(S_{i+1/2,j} + S_{i-1/2,j}\right)P^{n+1/2}_{i,j} + S_{i-1/2,j}P^{n+1/2}_{i-1,j}\right] +$$

$$+\frac{S_{i,j}}{\Delta y^2}\left(P^{n}_{i,j+1} - 2P^{n}_{i,j} + P^{n}_{i,j-1}\right) = \frac{\Gamma^n_{i+1} - \Gamma^n_{i-1}}{2\Delta\varphi} + \alpha\frac{P^{n+1/2}_{i,j} - P^{n}_{i,j}}{\Delta t},$$

$$\frac{S_{i,j}}{\Delta y^2}\left(\delta P^{n+1}_{i,j+1} - 2\delta P^{n+1}_{i,j} + \delta P^{n+1}_{i,j-1}\right) = \alpha\frac{\delta P^{n+1}_{i,j} - (P^{n+1/2}_{i,j} - P^{n}_{i,j})}{\Delta t},$$

$$S_{i,j} = \frac{H^2_{i,j}\left[H_{i,j}\left(4k_1 + 4k_2 + H_{i,j}\right) + 12k_1k_2\right]}{\tilde{\mu}\left(k_1 + k_2 + H_{i,j}\right)}, \quad \Gamma_{i,j} = \frac{H_{i,j}\left(H_{i,j} + 2k_1\right)}{k_1 + k_2 + H_{i,j}},$$

$$P^{n+1}_{i,j} = P^{n}_{i,j} + \delta P^{n+1}_{i,j}, \quad i = 1\ldots nx, \quad j = 1\ldots ny,$$

$$H^n_{i,j} = 1 - \tilde{\eta}\cos(\varphi_i) + A_0\sum_{k=1}^{N} P^n_{k,j}\,\tilde{K}(\varphi_i - \varphi_k)\Delta\varphi, \quad P > 0, \quad H^n_{i+1,j} - H^n_{i,j} = 0, \quad P \le 0,$$

$$A_0 = 6K_0\mu_0R_1^2\omega/d^3, \quad \mu^{(n)}_{i,j} = \mu_0\tilde{\mu}_{i,j}(P^{(n)}, T^{(n)}), \qquad (16)$$

$$Q_{i,j} = \frac{4\mu_0 R^2 \omega^2}{d_{i,j}} \left[\frac{H_{i,j}^3}{\tilde{\mu}_{i,j}} \left(\left(\frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta x} \right)^2 + \left(\frac{P_{i,j+1} - P_{i,j-1}}{2\Delta y} \right)^2 \right) + \frac{1}{H_{i,j}} \right],$$

$$\Theta_{k,j} = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{nx} Q_{i,j} \cos(kx_i)\Delta x, \quad \Theta_{k,j}^* = \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{nx} Q_{i,j} \sin(kx_i)\Delta x,$$

$$T^{(n)} = \Theta_0^{(n)} \tilde{a}_0 + \sum_{k=1}^{N} \left(\Theta_k^{(n)} \tilde{a}_k \cos(k\varphi) + \Theta_k^{*(n)} \tilde{b}_k \sin(k\varphi) \right) + T_0 .$$

Безразмерный параметр A_0 характеризует роль упругих деформаций поверхности. Формулы (16) обеспечивают сходимость численных итераций и позволяют получить самосогласованные распределения давления и прогиба поверхности, а также учитывать изменения вязкости смазочного слоя в зависимости от рабочей температуры.

На основе схемы (16) создан программный комплекс, позволяющий вычислять распределение давления в жидком слое смазки в зоне контакта движущихся тел с учетом таких важных факторов, как деформация поверхностей под действием избыточного давления, шероховатость границ, частичное проскальзывание, переменная вязкость, зависящая от температуры и давления, скорость сближения границ и кавитация.

Вычислительная часть программного комплекса написана на языке программирования «Fortran 77». Интерфейс разработан на платформе «Microsoft .NET Framework» с использованием языка «C#» (C Sharp) для операционных систем Windows 7/8/10. Данный программный комплекс зарегистрирован федеральный службой по интеллектуальной собственности (Роспатент) № 2017617187 от 30.06.2017.

В **пятой главе** описывается апробация методики расчета на реальных узлах, применяемых при производстве алюминия. В качестве реальных узлов выбраны роликоподшипники редуктора Ц2У-250-31,5-21, который посредством двигателя АИР180S4 приводит в движение конвейерную ленту (технологический процесс - прокаливание кокса), транспортирующую сырой кокс в бункер питания печи. Наибольший интерес в плане моделирования представляют подшипники на промежуточном валу, которые даже в стационарном режиме нагружены на порядок сильнее, чем на входящем. А в нестационарном режиме нагрузки могут возрасти еще сильнее. Поэтому в диссертационной работе детально рассматривается нестационарный режим работы подшипников на промежуточном валу, возникающий в периоды пуска или остановки, а также при возникновении вибраций от падающего кокса на транспортную ленту. При такой работе подшипников возможны изменения зазоров между контактирующими телами, а следовательно - возникновение вертикальных скоростей, которые очень сильно влияют на распределение давления в смазочном слое.

В результате расчета получена зависимость максимума давления от времени (рисунок 5, линия 1). На рисунке 5 показано падение максимального давления после пикового значения, достигаемого в начальной стадии в течение короткого интервала времени. В целом изменение максимального давления во времени характеризуется двумя временными масштабами. Первый временной масштаб, характеризующий

внезапный резкий скачок давления, имеет порядок $1.414 \cdot 10^{-5}$ с. Второй временной масштаб, характеризующий плавное снижение пика давления до равновесного значения, равен $2.243 \cdot 10^{-4}$ с. Сравнение аналитического решения без учета пьезокоэффицинта вязкости и численного решения с учетом пьезокоэффициента показано на рисунке 5.

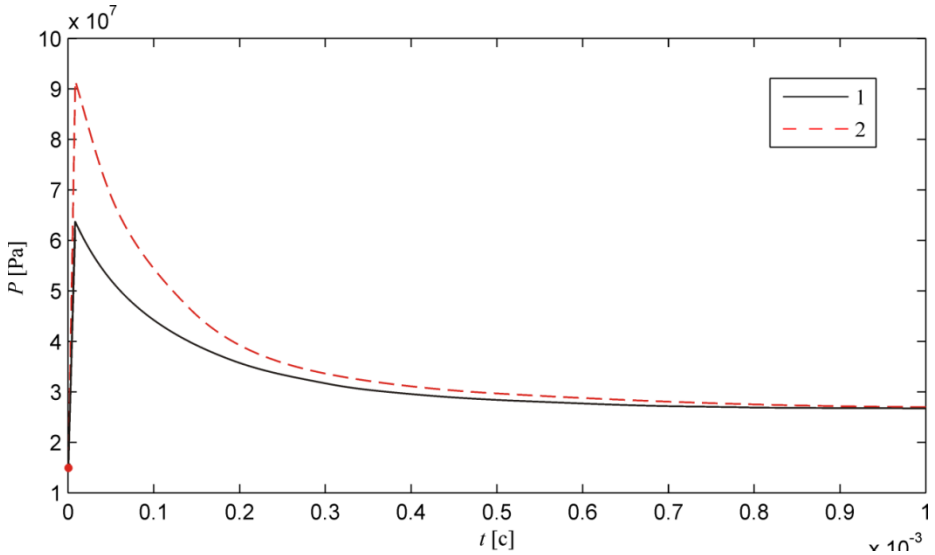


Рисунок 5 – Зависимость максимального давления в слое от времени;
1 – численное решение, учитывающее пьезоэффект и прогиб поверхности;
2 – аналитическое решение без учета пьезоэффекта и прогиба.

Из рисунка 5 видно, что аналитическое решение на первой трети временного отрезка дает завышенный результат, но в дальнейшем сходится с решением, учитывающим пьезоэффект и влияние прогиба. Это говорит о том, что аналитическое решение можно использовать для предварительной оценки давления в смазочном слое.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ключевым элементом разработанной математической модели упруго-гидродинамического контакта в узлах трения является функция податливости, зависящая только от геометрических характеристик и упругих свойств контактирующих материалов. Использование функции податливости позволяет расщепить исходную сложную задачу упруго-гидродинамического контактного взаимодействия на составные части, которые можно решать отдельно. Это дает возможность существенно снизить вычислительные затраты, связанные с решением задачи.

Построено асимптотическое аналитическое решение задачи нестационарного контактного взаимодействия ролика с твердой поверхностью при наличии смазочного слоя. Нестационарные уравнения переходного процесса в зоне контакта, содержащие функцию несущей способности и коэффициент демпфирования, являются «жесткими» и содержат сингулярные малые параметры, характеризующие «быстрые» и «медленные» стадии релаксации давления. На быстрой стадии

происходит кратковременный резкий рост максимума давления сразу после скачка нагрузки, в то время как на медленной стадии идет процесс плавной релаксации давления к новому стационарному значению, соответствующему возросшему значению нагрузки.

Разработана конечно-разностная итерационная схема расчета упруго-гидродинамического контакта с учетом деформации контактирующих поверхностей, эффекта кавитации, переменной вязкости слоя зависящей от давления и температуры. На основе разработанной модели создан программный комплекс, позволяющий эффективно вычислять самосогласованные распределения давления в смазочном слое с учетом деформаций контактирующих поверхностей и переменной вязкости, зависящей от термодинамических параметров.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Издания из Перечня ВАК ведущих рецензируемых научных изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций.

Статьи в рецензируемых научных журналах по списку ВАК:

1) Иванов В.А. Расчет деформаций рабочих поверхностей подшипников скольжения / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // М: Тяжелое машиностроение. – 2013. – № 3. – Стр. 34-38.

2) Иванов В.А. Моделирование контакта ролика с пластиной при наличии смазки / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // М: Технология машиностроения. – 2014. – № 6. – Стр. 53-58.

3) Иванов В.А. Расчет упругого контакта ролика с пластиной при наличии смазки / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // М: Технология металлов. – 2014. – № 6. – Стр. 11-18.

4) Иванов В.А. Итерационный расчет трибоконтакта ролика с пластиной / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // Красноярск: Вестник СибГАУ. – 2014. – № 4(56). – Стр. 48-54.

5) Иванов В.А. Анализ упругих деформаций в подшипнике скольжения / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // М: РАЕ, Фундаментальные исследования. – 2015. – № 6, ч.2., – Стр. 241-245.

6) V. A. Ivanov. Fluid Dynamic Bearings: Modelling of Elastic Deformations / V. A. Ivanov., N. V. Erkaev., D. Langmayr // Красноярск: Вестник СФУ, Техника и технологии. – 2015. – Том 8, № 3., – Стр. 270-282.

7) Иванов В.А. Моделирование нестационарного контакта в подшипнике качения / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // Красноярск: Вестник СибГАУ. – 2015. – Том 16, № 3. – Стр. 580-586.

8) Иванов В.А. Нестационарные колебания ролика, контактирующего с твердой поверхностью, при наличии смазочного слоя / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // Красноярск: Вестник СибГАУ. – 2017. – Том 18, № 1. – Стр. 50-57.

Другие издания:

9) Иванов В.А. Численное моделирование упруго-гидродинамического контакта ролика с пластиной / В. А. Иванов // Материалы XVII международной научной конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-

космических систем академика М.Ф. Решетнева // Красноярск. – 2013. – Том 2. – Стр.101-103.

10) Иванов В.А. Итерационный расчет трибоконтакта ролика с пластиной / В. А. Иванов // Материалы XVIII международной научной конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М.Ф. Решетнева // Красноярск. – 2014. – Том 2. – Стр.147-149.

11) Иванов В.А. Моделирование нестационарного контакта ролика с пластиной / В. А. Иванов // П827 Электронный сборник материалов международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Проспект свободный 2015». Раздел прикладная механика. // Красноярск, СФУ. – 2015. – Стр 21-24.

12) Иванов В.А. Численное моделирование функции податливости рабочей поверхности подшипника скольжения конечной длины / В. А. Иванов // Молодежь и наука: сборник материалов X Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием // Красноярск, СФУ. – 2014.

13) Иванов В.А. Нестационарные колебания ролика, контактирующего с плоскостью, при наличии смазочного слоя / В. А. Иванов, Н. В. Еркаев // Материалы XX Юбилейной международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем М. Ф. Решетнева // Красноярск. – 2016. – Том 2. – Стр. 33-34.

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ:

14) Иванов В.А. Расчет давления в смазочном слое подшипника скольжения конечной длины / В. А. Иванов // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017617187 от 30.06.2017 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2017.

Подписано в печать 16.10.2018
Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная.
Печать трафаретная. Печ. л. 1. Заказ №5258 Тираж 100 экз.
Отпечатано с готового оригинал-макета в ИПО ФГБОУ ВО
«Байкальский государственный университет»
664074, г.Иркутск, ул. Ленина, 11.