На правах рукописи

Ле Куанг Мынг

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАЗМЕЩЕНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ КРАТНЫХ ПОКРЫТИЙ И УПАКОВОК

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Иркутск 2019

Работа выполнена на кафедре автоматизированных систем Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский национальный исследовательский технический университет» (ФГБОУ ВО «ИРНИТУ»).

Научный руководитель: **Казаков Александр Леонидович**, доктор физико-математических наук, профессор РАН

Официальные оппоненты: **Хамисов Олег Валерьевич**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом прикладной математики № 90 ФГБУН Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук (ИСЭМ СО РАН)

Расина Ирина Викторовна, доктор физико-математических наук, доцент, главный научный сотрудник ФГБУН Институт программных систем им. А.К. Айламазяна Российской академии наук (ИПС РАН)

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Защита диссертации состоится 03 марта 2020 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.070.07 на базе ФГБОУ ВО «Байкальский государственный университет» по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Карла-Маркса, 4, кор. 9, зал заседаний ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Байкальский государственный университет» по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, ФГБОУ ВО «БГУ», кор.2, ауд. 101, http://dissovet.bgu.ru/dissertation/disinfo.aspx?id=72 .

Отзывы на автореферат направлять по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина 11, ФГБОУ ВО «БГУ», ученному секретарю диссертационного совета Д 212.070.07.

Автореферат разослан « » января 2020 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, кандидат технических наук, доцент — Т.И. Ведерникова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Состояние экономики любой страны напрямую зависит от развития ее логистических систем, поэтому проблема их оптимизации для достижения определенного экономического эффекта является актуальной. Известно, что проведение практических экспериментов с логистическими системами невозможно или чрезвычайно рискованно, поэтому необходимо для их исследования применять методы математического моделирования, т.е. строить и исследовать математические модели как всей исследуемой системы, так и ее отдельных частей.

При исследовании логистических систем рассматривается ряд основных проблем, одной из которых является задача выбора оптимального местоположения одного или нескольких логистических центров на полигоне обслуживания. При изучении данной задачи традиционно используются следующие подходы: метод поиска «центра тяжести» для размещения одного центра (А.М. Гаджинский, В.С. Лукинский, P.R. Murphy, Zh. Xueying), метод кластеризации «k-средних» в случае нескольких центров (И.Д. Мандель, K.J. Anil, A. Coates, J. MacQueen). Кроме этого, применяются методы теории графов (Д.Т. Лотарев, Э. Майника, В.К. Попков), а также различные модификации задач линейного и дискретного программирования (А.Б. Аникин, И.Л. Васильев, В.С. Лукинский, О.В. Свеженцева, P. Avella), математического программирования и оптимального управления (О.В Хамисов, И.В Расина).

Из обзора литературы можно видеть, что задача оптимального размещения инфраструктурных логистических объектов, как правило, решается в предложении об отсутствии на исследуемой территории таких естественных ограничений, как особенности рельефа, других логистических центров, населенных пунктов и т.д. При этом время перемещения между объектами зависит только от расстояния между ними. Последнее предположение существенно снижает общность рассмотрения, поскольку для логистических систем, зачастую, время доставки груза играет существенно большее важную роль, чем пройденное при этом расстояние. Таким образом, выбор минимального времени перемещения между объектами в качестве меры их удаленности друг от друга, с одной стороны, позволяет учитывать факторы, влияющие на скорость перемещения (перепады высот, дорожное покрытие, непроходимые области, наличие пробок и узких мест), с другой стороны, приводит к необходимости решать задачу минимизации интегрального функционала специального вида. Для этого в данной диссертационной работе предлагается использовать оптико-геометрический подход, базирующийся на аналогии между распространением световых волн в оптически неоднородной среде и нахождением минимума интегрального функционала.

Объект и предмет исследования. Объектом диссертационного исследования являются логистические системы, в которых требуется определить оптимальное местоположение объектов логистической инфраструктуры (системы логистической инфраструктуры – СЛИ). Предметом диссертационного исследования являются математические модели СЛИ с одним или несколькими

логистическими обслуживающими объектами при непрерывном распределении потребителей и численные методы их исследования.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка математических моделей СЛИ на основе задач о покрытиях и упаковках, создание эффективных алгоритмов исследования предложенных моделей, а также реализация этих алгоритмов в виде комплекса программ. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1) предложить методику изучения СЛИ, отвечающую общей парадигме математического моделирования «модель-алгоритм-программа», ключевым этапом которой является построение математических моделей в форме задач непрерывной оптимизации;

2) построить математические модели СЛИ в форме: а) задач о многократных покрытиях и упаковках равных кругов; б) задач об однократных покрытиях и упаковках кругов разного радиуса;

3) разработать вычислительные алгоритмы решения задач из п. 2 в случае неевклидового пространства на основе оптико-геометрического подхода с использованием диаграммы Вороного–Дирихле;

4) реализовать предложенные алгоритмы в виде комплекса программ, провести вычислительный эксперимент по решению тестовых задач, проверить работоспособность предложенного подхода и корректность вычислений;

5) провести решение модельных и прикладных задач, сделать выводы с точки зрения предметной области (логистики).

Методы исследования. При выполнении диссертационного исследования применяются следующие методы: математического моделирования, геометрической оптики, вычислительной математики и непрерывной оптимизации. Для реализации программной системы используется среда разработки Visual Studio 2013 (язык программирования C#) с дополнительной библиотекой SVG для представления результатов в виде векторных изображений.

Тематика работы соответствует следующим пунктам паспорта специальности **05.13.18**: пункт 1 «Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений» – в части разработки методики построения математических моделей логистических систем на основе задач о кратных покрытиях и упаковках; пункт 4 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» – в части разработки и реализации численных алгоритмов в виде комплекса программ «КУПОЛ-М»; пункт 5 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента» – в части решения модельных и прикладных задач выбора местоположения логистических центров.

Научная новизна исследования состоит в следующем.

1. Предложена оригинальная методика математического моделирования СЛИ на основе использования специальных модификаций задач об оптимальных покрытиях и упаковках кругов, при этом в качестве критерия оптимальности выступает время перемещения между центрами кругов, входящих в покрытия и

упаковки, что приводит к необходимости введения неевклидовых метрик. Данные математические модели впервые применяются в исследовании задач логистики, ранее использовались только модели на основе однократных покрытий и упаковок равных кругов.

2. Разработаны численные алгоритмы решения задач о многократных оптимальных покрытиях и упаковках равных кругов в ограниченное множество на основе оптико-геометрического подхода и многократных диаграмм Вороного-Дирихле, которые обобщают известные алгоритмы для решения задач об однократных покрытиях и упаковках равных кругов с неевклидовыми метриками.

3. Разработаны новые алгоритмы решения задач об однократных оптимальных покрытиях и упаковках кругов разного радиуса в двухмерном пространстве на основе оптико-геометрического подхода и нового метода построения обобщенных диаграмм Вороного-Дирихле, отличающиеся от известных возможностью использования неевклидовых метрик.

4. Предложенные численные алгоритмы реализованы в виде комплекса программ «КУПОЛ-М: кратные упаковки и покрытия, оптимизация, логистика», с помощью которого выполнены тестовые и модельные расчеты и решены прикладные задачи инфраструктурной логистики, актуальные для Социалистической Республики Вьетнам.

Достоверность и обоснованность. Достоверность и обоснованность результатов исследования обеспечиваются корректностью применения для исследования задач о кратных покрытиях и упаковках, корректностью исходных данных для проведения вычисленного эксперимента, согласованностью теоретических и экспериментальных данных.

Теоретическая значимость исследования состоит в следующем:

1. Предложенная методика построения математических моделей СЛИ в форме специальных модификаций задач о покрытиях и упаковках кругов вносит вклад в развитие теории математического моделирования.
2. Разработанные на основе оптико-геометрического подхода и диаграммы Вороного-Дирихле вычислительные алгоритмы вносят вклад в развитие методов решения классических задач об упаковке и покрытии.

Практическая значимость исследования заключается в следующем:

1. Предложенная методика построения математических моделей применена для исследования задач логистики с единичным или многократным обслуживанием потребителей.
2. Разработанный программный комплекс «КУПОЛ-М» позволяет строить решения задач размещения логистических центров, математическое описание которых приводит к задачам покрытий и упаковок кругов специального вида.
3. Предложенные численные алгоритмы могут быть применены для решения других задач, включая задачи управления движением, обеспечения безопасности, организации средств коммуникаций, круговой резки, загрузки контейнера, размещения составных элементов на электрической приборной панели и т.д.

Апробация результатов исследования. Работа выполнялась на кафедре автоматизированных систем ФГБОУ ВО ИРНИТУ. Основные результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на следующих

научных конференциях, семинарах и симпозиумах: XVII и XVIII Всероссийские конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (г. Новосибирск, 2016; г. Иркутск, 2017); Международная школа–конференция «Соболевские чтения» (г. Новосибирск, 2016); Научно-практическая конференция молодых ученых «Проблемы информационного и математического моделирования сложных систем» (г. Иркутск, 2017); VI Международная конференция по анализу изображений, социальных сетей и текстов (г. Москва, 2017); Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Винеровские чтения» (г. Иркутск, 2018); 17th IFAC Workshop on control applications of optimization CAO 2018 (г. Екатеринбург, 2018); VIII Международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» (г. Иркутск, 2019); XVIII Международная конференция «Теория математической оптимизации и исследование операций» (г. Екатеринбург, 2019); Международный симпозиум «Динамические системы, оптимальное управление и математическое моделирование» (г. Иркутск, 2019).

Публикации. Результаты диссертационного исследования опубликованы в 14 научных работах, из них 1 статья опубликована в журнале, индексируемом в базе данных Web of Science, 3 статьи в изданиях, индексируемых в базе данных Scopus и 2 статьи в журналах, входящих в Перечень ВАК. Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Личный вклад. Все выносимые на защиту результаты исследования, включая новые математические модели и разработанные численные методы, получены лично автором. Методика построения математических моделей разработана совместно с д.ф.-м.н. А.Л. Казаковым. Постановки задач о кратных покрытиях и упаковках кругов выполнены совместно с к.ф.-м.н. А.А. Лемперт. Программный комплекс «КУПОЛ-М: кратные упаковки и покрытия, оптимизация, логистика» создан в неделимом соавторстве с А.Л. Казаковым и А.А. Лемперт, при этом программная реализация выполнена автором диссертации.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 191 наименований. Объем данной работы составляет 141 страниц текста, иллюстрированного 48 рисунками и 23 таблицами.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, сформулирована его цель и задачи, определены объект, предмет, методы исследования, раскрыта научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов исследования, приведено краткое содержание работы.

В главе 1 представлен обзор математических моделей и численных методов, применяемых при изучении проблемы оптимального размещения логистических объектов. Показано, что в ряде случаев могут быть уместны модели в форме задач об оптимальных покрытиях и упаковках. Проведен обзор использования задач о покрытиях и упаковках кругов на плоскости в различных сферах человеческой деятельности, включая логистику. Выполнен анализ известных методов решения задач о покрытии и упаковке, который позволил установить, что они относятся к

классу NP–полных, а основным элементом большинства известных алгоритмов, применяемых для их решения, является построение диаграммы Вороного-Дирихле. Поскольку ранее в научной школе А.Л. Казакова при рассмотрении более простых аналогичных постановок использовался оптико-геометрический подход, в заключительном разделе главы 1 приведены принципы, на которых он основан, и обсуждена возможность его применения при изучении задач оптимизации в двухмерном пространстве с неевклидовой метрикой.

В главе 2 предложена методика исследования СЛИ с учетом ограничений различной природы, построены математические модели СЛИ в форме специальных задач о покрытиях и упаковках кругов, и разработаны алгоритмы их решения на основе оптико-геометрического подхода и диаграммы Вороного-Дирихле.

В п. 2.1.1 описана методика исследования СЛИ, соответствующая общей парадигме математического моделирования «Модель-алгоритм-программа», которая включает 4 этапа. На первом этапе строятся математические модели исследуемых СЛИ. На втором этапе предложенные математические модели сводятся к специальным модификациям задач о кратных покрытиях и упаковках кругов. На третьем этапе разрабатываются численные алгоритмы решения задач о покрытии и упаковке на основе оптико-геометрического подхода и диаграммы Вороного-Дирихле. На последнем (четвертом) этапе предложенные алгоритмы реализуются в виде программного комплекса (см. рис. 1).



Рис. 1. Схема методики исследования

В п. 2.1.2. построены математические модели СЛИ в виде специальных задач о многократных покрытиях и упаковках равных кругов и задач об однократных покрытиях и упаковках кругов разного радиуса в ограниченное множество на плоскости. Для эффективного достижения целей исследования выделено 4 случая.

1. *Каждый потребитель должен быть обслужен не менее, чем k логистических обслуживающих объектов (ЛО); максимальное время доставки груза потребителю должно быть одинаковым для всех ЛО, и указанное время должно быть минимальным.*

Такие требования возникают при размещении вышек сотовой связи, в задачах обеспечения безопасности охраняемого периметра, при разработке систем мониторинга распределенных объектов с помощью беспроводных сенсорных сетей, когда необходимо обеспечить корректную работу системы при выходе из строя части обслуживающих устройств (системы с дублированием или резервированием).

2. *Каждый потребитель должен быть обслужен не менее, чем одним ЛО; максимальное время доставки груза потребителю должно быть пропорциональным мощности ЛО, и указанное время должно быть минимальным.*

Такие требования возникают, в случае, когда требуется разместить объекты, имеющие разные характеристики обслуживания, в частности, площадь складских помещений, погрузочно-разгрузочное оборудование и персонал, автопарк и т.п., которые непосредственно влияют на время доставки грузов.

3. *Каждый потребитель может быть обслужен не более, чем k ЛО; необходимо обслужить максимально возможную долю полигона; максимальное время обслуживания должно быть одинаковым для всех ЛО.*

Такие требования возникают в случае, когда избыточное обслуживание недопустимо или приводит к нежелательным последствиям в большей степени, чем отсутствие обслуживания. К примеру, такая ситуация возможна при организации полива растений и обработки ядохимикатами массивов насаждений.

4. Каждый потребитель должен быть обслужен не менее, чем одним ЛО; необходимо обслужить максимально возможную долю рассматриваемой области; зоны обслуживания различных ЛО не должны пересекаться; максимальное время доставки груза потребителю должно быть пропорциональным мощности ЛО.

Такие требования возникают при решении задач размещения различных типов датчиков: тепловых, фотоэлектрических, оптоволоконных, приближения, давления, влажности и др. При этом зоны действия датчиков не должны пересекаться между собой, т.е. необходимо обеспечить отсутствие интерференции.

Математическая формализация. Запишем теперь математические формулировки поставленных задач. Пусть M – заданная ограниченная область с непрерывной границей ∂M, в которой потребители непрерывно распределены; n – количество ЛО; $O_i(x_i, y_i)$ – координаты центра i-ого ЛО; $S_n = \{O_i\}$ – множество центров всех ЛО, $i = \overline{1,n}$; k – кратность обслуживания; $f(x,y) > 0$ – непрерывная функция, задающая мгновенную скорость движения (грузов или потребителей) в каждой точке $(x,y) \in M$. Тогда в качестве меры удаленности двух точек $a,b \in M$ друг от друга будем рассматривать выражение

$$\rho(a,b) = \min_{\Gamma \in G(a,b)} \int_{\Gamma} \frac{d\Gamma}{f(x,y)}, \qquad (1)$$

где $G(a,b)$ – множество маршрутов, соединяющих a и b. Формула (1) определяет минимальное время перемещения между a и b. Далее функцию $\rho(a,b)$ будем рассматривать в качестве меры удаленности объектов (аналога расстояния).

Случай 1. Предлагается, что мощности облуживания всех ЛО одинаковы. Тогда зона обслуживания i-го ЛО, $i = \overline{1,n}$ определяется следующим образом:

$$M_i^k = \left\{ p \in M : \rho\left(p, O_i\right) \le \max_{j \in J_k(p)} \rho\left(p, O_j\right) \right\}, \qquad (2)$$

где $J_k(p)$ – множество индексов k ближайших ЛО к потребителю в точке p.

Максимальное время обслуживания i-го ЛО – это время, за которое грузы доставляются к наиболее удаленному потребителю. Очевидно, что такие потребители располагаются на границе его зоны обслуживания

$$\tau_i = \max_{p \in \partial M_i^k} \rho(p, O_i),$$

где $\partial M_i^k -$ множество граничных точек области M_i^k. Тогда целевая функция задачи размещения ЛО запишется следующим образом:

$$T_1 = \max_{1 \le i \le n} \max_{p \in \partial M_i^k} \rho(p, O_i) \underset{S_n}{\to} \min.$$

Можно видеть, что точки области M, отстоящие от O_i на расстояние не более τ_i, образуют круг, покрывающий область M_i^k. Поскольку объединение всех M_i^k есть множество M, то указанные круги образуют покрытие множества M, которое имеет специальную структуру из-за того, что области M_i^k пересекаются.

Другими словами, построенная модель имеет вид задачи о k-кратном покрытии ограниченной области равными кругами минимального радиуса, обобщенной на случай метрики (1): требуется расположить в множестве M заданное число n равных кругов $C_i(O_i, r)$, где O_i – центр i-го круга, r – их радиус, $i = \overline{1,n},\ n > k \ge 1, k \in \square$ так, чтобы каждая точка множества M принадлежала не менее чем k кругам, и радиус кругов был минимальным

$$r \to \min$$

$$\max_{j \in J_k(s)} \rho(s, O_j) \le r, \forall s \in M,$$

$$O_j \in M, i = \overline{1,n},$$

где $J_k(s) -$ множество индексов k центров, отстоящих от точки s не далее, чем $n-k$ оставшихся центров, а $\rho(s, O_j) -$ расстояние от точки s до центра O_j.

Случай 2. Согласно постановке задачи, предлагается, что, во-первых, мощности обслуживания ЛО неодинаковы, во-вторых, каждая точка исследуемой области должна быть обслужена хотя бы одним ЛО.

Предложим, что максимальное время обслуживания i-м логистическим центром удовлетворяет условию $\tau_i = \tau_1 i^\alpha$, $i = \overline{1,n}$, $\alpha \in \square$. Тогда зона обслуживания i-го ЛО, $i = \overline{1,n}$ определяется следующим образом:

$$M_i = \left\{ p \in M : \rho(p, O_i) \le \min_{1 \le j \le n, i \ne j} (i/j)^\alpha \rho(p, O_j) \right\}. \quad (3)$$

В этом случае целевая функция данной задачи представляется в виде

$$T_2 = \max_{1 \le i \le n} \max_{p \in \partial M_i} 1/i^\alpha \rho(p, O_i) \underset{S_n}{\to} \min,$$

где $\partial M_i -$ граница области M_i, $i = \overline{1,n}$.

Можно видеть, что построенная модель имеет вид задачи однократного покрытия ограниченного множества кругами с пропорциональными радиусами, обобщенной на случай метрики (1).

Случай 3. Требуется расположить n заданных ЛО в области M так, чтобы доля данной области с кратностью обслуживания k, $1 \le k < n$ была максимальной, при этом все зоны обслуживания должны полностью лежать в рассматриваемой области. Мощности обслуживания всех ЛО одинаковы.

Зона обслуживания M_i^k, $i = \overline{1,n}$ для i-го ЛО, как и в случае 1, определяется по формуле (2). При этом каждая точка области M_i^k обслуживается также и еще $(k-1)$ ближайшими ЛО. Для того чтобы каждый потребитель области M был обслужен не больше чем k заданными ЛО, время обслуживания из i-го ЛО не должно быть больше времени доставки груза до ближайшего потребителя, расположенного на границе области ∂M_i^k

$$\eta_i = \min_{p \in \partial M_i^k} \rho(p, O_i).$$

Тогда целевая функция задачи размещения ЛО примет вид

$$T_3 = \min_{1 \le i \le n} \min_{p \in \partial M_i^k} \rho(p, O_i) \underset{S_n}{\to} \max.$$

Очевидно, что точки области M, время достижения которых из O_i не превосходит η_i, принадлежат окружности радиуса η_i с центром в O_i, вписанной в область M_i^k. Таким образом, построенная модель имеет вид задачи о k-кратной упаковке равных кругов в ограниченное множество с метрикой (1).

Случай 4. Предлагается, что, во-первых, каждый потребитель обслуживается единичным ЛО, т.е. зоны обслуживания ЛО не пересекаются между собой, во-вторых, максимальное время доставки груза потребителям удовлетворяет ограничению $\eta_i = \eta_1 i^{\alpha}$, $i = \overline{1,n}$, $\alpha \in$ □ .

Аналогично случаю 2, по формуле (3) определяется зона обслуживания M_i относительно каждого ЛО, $i = \overline{1,n}$. Тогда целевая функция имеет вид

$$T_4 = \min_{1 \le i \le n} \min_{p \in \partial M_i} \frac{1}{i^{\alpha}} \rho(p, O_i) \underset{S_n}{\to} \max, \qquad (4)$$

где $\partial M_i -$ граница области M_i. Очевидно, что $\rho(p, O_i) / i^{\alpha} = \rho(p, O_1)$, т.е. смысл целевой функции (4) состоит том, чтобы максимизировать время доставки груза от первого ЛО до его ближайших потребителей, расположенных на границе зоны обслуживания. Следовательно, построенная модель имеет вид задачи однократной упаковки кругов разного радиуса в ограниченное множество с метрикой (1).

В п. 2.2.1 представлены базовые алгоритмы, входящие в структуру всех специализированных алгоритмов решения задач о многократных покрытиях и упаковках равных кругов и об однократных покрытиях и упаковках кругов разного радиуса в ограниченное множество с метрикой (1).

Алгоритм **OCMC** (One Covering Minimum Circle) предназначен для нахождения круга, покрывающего ограниченную область. Суть этого алгоритма заключается в том, что случайно сгенерированный центр круга перемещается по направлению уменьшения максимального расстояния до границы

рассматриваемой области. Процесс продолжается до тех пор, пока положение центра не перестанет изменяться (см. рис. 2).

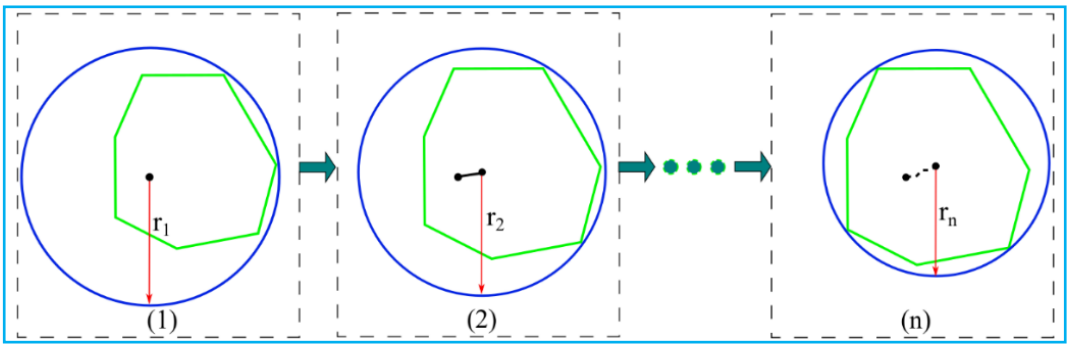


Рис. 2. Иллюстрация работы алгоритма **OCMC**

Алгоритм **OPMC** (One Packed Maximum Circle) – нахождение круга, вписанного в ограниченную области. Его идея схожа с предыдущей. Отличие заключается в том, что центр круга перемещается по направлению увеличения минимального расстояния до границы области (см. рис. 3).

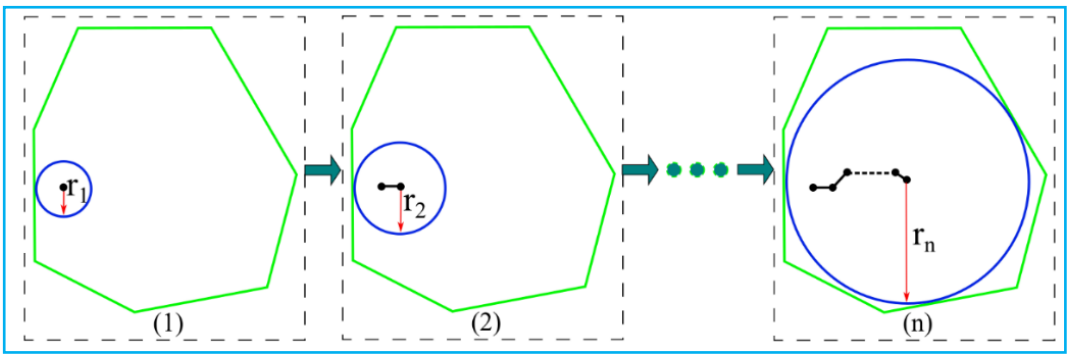


Рис. 3. Иллюстрация работы алгоритма **OPMC**

В п. 2.2.2 описан алгоритм решения задачи оптимального многократного покрытия ограниченного множества равными кругами с метрикой (1).

Шаг №1. Заданная область M покрывается равномерной сеткой с шагом h. Получается множество M^h, которое состоит из узлов сетки.

Шаг №2. Случайно генерируются начальные координаты центров кругов $O_i \in M^h, i = \overline{1,n}$.

Шаг №3. Из каждого центра $O_i, i = \overline{1,n}$, выпускается световая волна и определяется время достижения $T_i(x,y), i = \overline{1,n}$ к узлу сетки $s(x,y) \in M^h$. Для всех $s(x,y)$ получается вектор $T(x,y) = T_i(x,y)$.

Шаг №4. По формуле (2) определяется k-кратную область Вороного M_i^k для каждого центра $O_i, i = \overline{1,n}$: Для каждого узла сетки $s(x,y) \in M^h$, берется k минимальных компонентов вектора $T(x,y)$. Таким образом, получается множество индексов областей Вороного $J_k(s)$, содержащих $s(x,y)$.

Шаг №5. Определяется граница ∂M_i^k для области Вороного $M_i^k, i=\overline{1,n}$ и затем определяется описанный круг $C_i(O_i^*, r_i)$ вокруг множества ∂M_i^k с минимальным радиусом по алгоритму **ОСМС**.

Шаг №4,5 выполняются независимо для всех центров.

Шаг №6. Для того чтобы ограниченное множество полностью покрывалось, общий радиус кругов должен быть максимальным из полученных радиусов, т.е. $r = \max\limits_{i=1,n} r_i$.

Шаг №7. Если $\rho(O_i, O_i^*), i=\overline{1,n}$ меньше заданного значения, то осуществляется переход к шагу №8. В противном случае установим $O_i := O_i^*$ и переходим к Шагу №3.

Шаг №8. Если значение радиуса r уменьшается, в сравнении с предыдущим, то текущие радиусы и положения центров сохраняются. Увеличивается значение счетчика количества случайных генераций начальных положений центров на единицу. Если оно достигло наперед заданной величины, то работа алгоритма завершается, в противном случае осуществляется переход к Шагу №2.

Алгоритм гарантирует нахождение локально-оптимального решения. Использование процедуры многократной генерации начальных положений позволяет говорить о нахождении наилучшего из известных решений.

В п. 2.2.3 представлен алгоритм решения задачи оптимального покрытия ограниченного множества кругами разного радиуса. Идея этого алгоритма заключается в следующем: построение обобщенных областей Вороного-Дирихле относительно начального набора центров кругов по формуле (3); переопределение положения всех центров (для каждой области Вороного необходимо найти центр описанного вокруг нее круга с минимальным радиусом по алгоритму **ОСМС**); проверка отношения между радиусами и возврат к первому шагу с новым положением центров кругов.

В пп. 2.2.4–2.2.6 представлены алгоритмы решения задач оптимальной многократной упаковки равных кругов и однократной упаковки разных кругов с ограничением на отношение радиусов во множество на плоскости с неевклидовой метрикой (1). Главным отличием предложенных алгоритмов от алгоритмов построения оптимальных покрытий из пп. 2.2.2 и 2.2.3 является использование на соответствующем шаге базового алгоритма **ОРМС** вместо **ОСМС**.

В главе 3 в п. 3.1 представлено описание интерфейса, архитектуры и инструкции по использованию основных функций модулей программного комплекса «КУПОЛ-М: кратные упаковки и покрытия, оптимизация, логистика». Общая архитектура программного комплекса представлена на рис. 4.

Программный комплекс предназначен для исследования задач о покрытиях и упаковках кругов в ограниченное множество, в нем применяются предложенные во второй главе методы и алгоритмы. КУПОЛ-М реализован на языке программирования C# в среде разработки Visual Studio 2013. Он имеет четыре главных модуля: Модуль «Среда» позволяет задать оптическую проницаемость среды (п. 3.1.2). Модуль «Упаковка» предназначен для решения задач о кратной

упаковке равных кругов и об однократной упаковке кругов разного радиуса (п. 3.1.3). Модуль «Покрытие» предназначен для решения задач о кратном покрытии равными кругами и однократном покрытии кругами разного радиуса (п. 3.1.4). Модуль «Параметры» отображает и хранит настройки программного комплекса (п. 3.1.5).

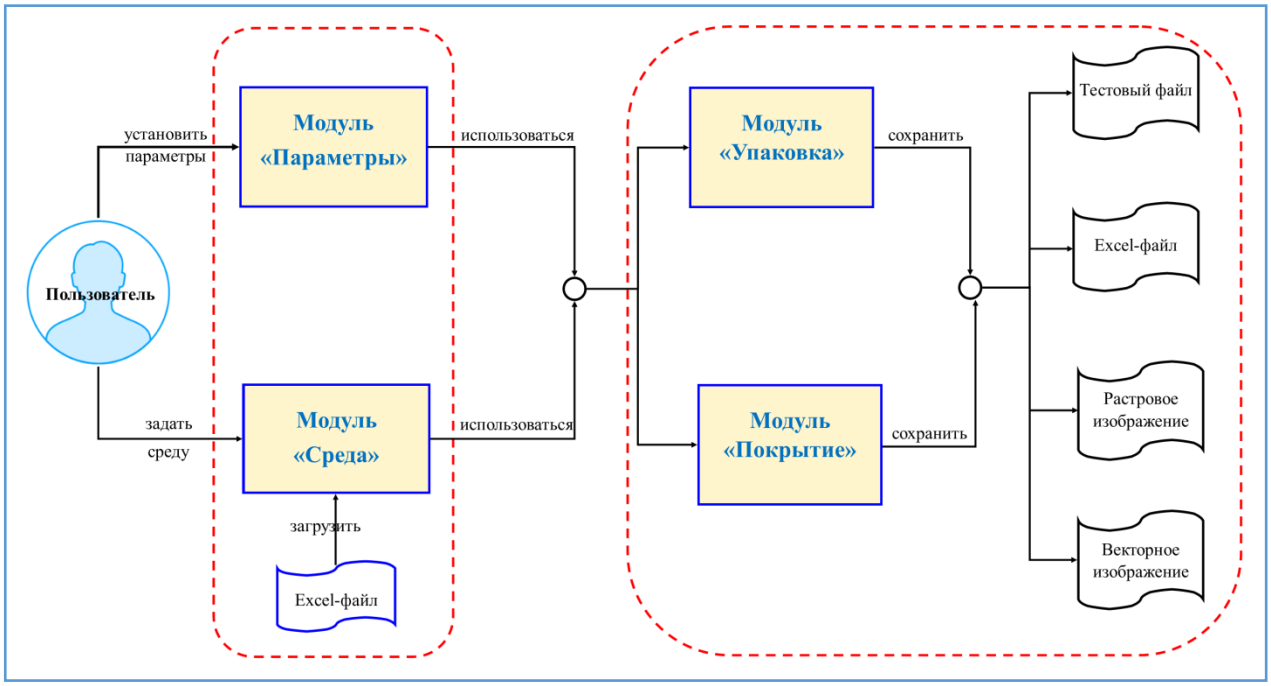


Рис. 4. Общая архитектура программного комплекса «КУПОЛ-М»

Программный комплекс поддерживает возможность загрузки данных и сохранения результатов решения в текстовом файле (.txt) или в Excel-файле. Кроме того, КУПОЛ-М дает выбор между растровым и векторным изображениями при сохранении графических результатов.

В п. 3.2 приведено тестирование точности предложенных алгоритмов и работоспособности программного комплекса. Использовались задачи пяти типов: многократное покрытие ограниченного множества равными кругами (п. 3.2.1), однократное покрытие ограниченного множества кругами разного радиуса (п. 3.2.2), многократная упаковка равных кругов в ограниченное множество (п. 3.2.3), однократная упаковка кругов разного радиуса в ограниченное множество (п. 3.2.4), и однократная упаковка кругов двух типов в ограниченное множество (п. 3.2.5). При тестировании применялись как евклидова, так и различные неевклидовы метрики.

По результатам тестирования установлено, что в случае евклидовой метрики полученные решения несколько хуже, чем наилучшие известные. Тем не менее, отклонение между ними имеет допустимые для практики значения, и в большинстве случаев время работы предложенных алгоритмов значительно меньше, чем время работы известных аналогов. Кроме того, в нескольких случаях полученные решения оказались лучше известных.

В главе 4 в п. 4.1 представлены решения модельных задач размещения логистических центров в случае, когда потребители имеют комбинированное (точечно–непрерывное) распределение на полигоне обслуживания. Установлено,

что предложенные во второй главе алгоритмы, которые реализованы в программном комплексе КУПОЛ-М, превосходят известные аналоги по скорости работы для такого типа задач.

В п. 4.2. представлены решения прикладных задач об оптимальном выборе местоположения различных инфраструктурных объектов в Социалистической Республике Вьетнам с использованием программного комплекса КУПОЛ-М. К задаче о многократном покрытии замкнутого множества равными кругами сведена задача покрытия территории Вьетнама заданными числом одинаковых радиолокационных стаций с наименьшей суммарной мощностью. К задаче об упаковке кругов (одного или двух типов) в ограниченное множество – задача определения расположения заданного количества базовых приемопередающих станций в г. Дананге (Вьетнам) и задача размещения автобусных остановок в Дананге с минимальным суммарным временем достижения автовокзала.

На рис. 5. представлены результаты решения задачи размещения 6 базовых приемопередающих станций (БС) с двумя типами BTS GSM900 и BTS GSM1800 в г. Дананге, чтобы их суммарная зона обслуживания (соответственно мощности БС) была максимальной и интерференция отсутствовала. Здесь мощность БС GSM900 в 2 раза больше мощности БС GSM1800.

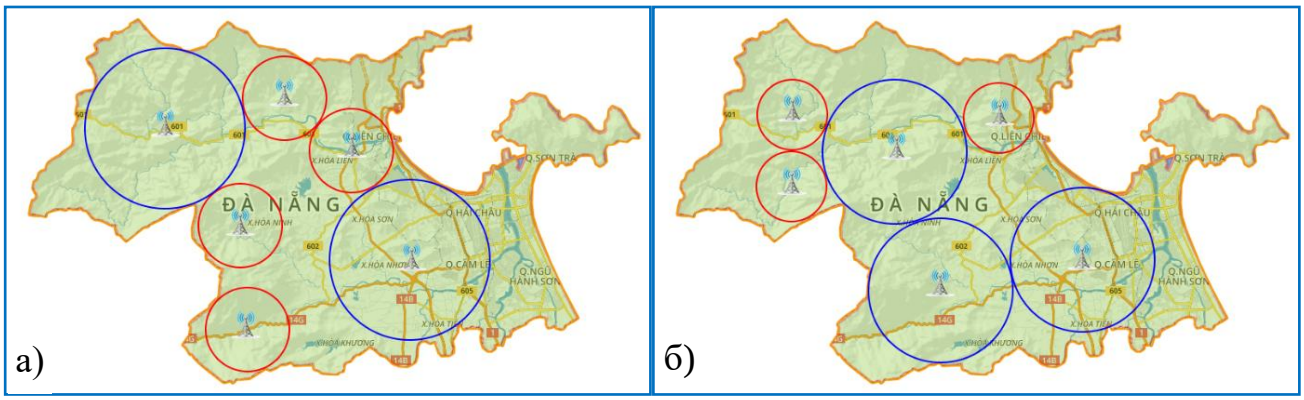


Рис. 5. Наилучшие расположения базовых приемопередающих станций в городе Дананг. а) 2 БС GSM900 и 4 БС GSM1800, б) 3 БС GSM900 и 3 БС GSM1800

В заключении представлены основные научные результаты, полученные в ходе выполнения данной диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Предложена методика исследования СЛИ, которая соответствует общей парадигме математического моделирования «модель-алгоритм-программа» и включает разработку математических моделей исследуемых логистических систем в форме специальных задач о покрытиях и упаковках кругов; создание численных алгоритмов на основе оптико-геометрического подхода и диаграммы Вороного-Дирихле; их реализацию в виде программного комплекса; проведение вычислительного эксперимента на тестовых и модельных постановках и решение прикладных задач.
2. Построены математические модели СЛИ четырех типов в форме специальных задач об оптимальных кратных покрытиях и упаковках кругов равного и разного радиуса в ограниченное множество, где в качестве критерия оптимальности

выступает время перемещения между центрами кругов, входящих в покрытия и упаковки, что приводит к необходимости введения неевклидовых метрик.
3. Разработаны новые численные алгоритмы решения задач о многократных покрытиях и упаковках равных кругов в ограниченное множество на основе оптико-геометрического подхода и многократных диаграмм Вороного-Дирихле, отличающиеся от известных возможностью использования неевклидовых метрик.
4. Разработаны новые численные алгоритмы решения задач об однократных покрытиях и упаковках кругов разного радиуса в двухмерном неевклидовом пространстве на основе оптико-геометрического подхода и оригинального метода построения обобщенных диаграмм Вороного-Дирихле.
5. Создан программный комплекс «КУПОЛ-М: кратные упаковки и покрытия, оптимизация, логистика», в котором реализованы предложенные численные алгоритмы. Проведен обширный вычислительный эксперимент по решению тестовых и модельных задач.
6. Решены три содержательные прикладные задачи об оптимальном выборе местоположения различных инфраструктурных объектов в Социалистической Республике Вьетнам.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Издания, индексируемые в базе данных Web of Science

1. **Le Q.M.** Multiple covering of a closed set on a plane with non-Euclidean metrics / A.A. Lempert, Q.M. Le // IFAC-PapersOnLine. – 2018. – Vol. 51, No. 32. – P. 850–854.

Издания, индексируемые в базе данных Scopus

2. **Le Q.M.** An algorithm for packing circles of two types in a fixed size container with Non-Euclidean metric / A.L. Kazakov, A.A. Lempert, Q.M. Le // CEUR-Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1975. – P. 281–292.
3. **Le Q.M.** On reserve and double covering problems for the sets with non-Euclidean metrics / A.A. Lempert, A.L. Kazakov, Q.M. Le // Yugoslav Journal Operation Research. – 2019. – Vol. 29, No. 1. – P. 69–79.
4. **Le Q.M.** On the thinnest covering of fixed size containers with non-Euclidean metric by incongruent circles / A.L. Kazakov, A.A. Lempert, Q.M. Le // Communications in Computer and Information Science. – 2019. – Vol. 1090. – P. 195–206.

Издания, входящие в Перечень ВАК РФ

5. **Ле К.М.** Алгоритм размещения логистических центров в заданной области при точечном и непрерывном распределении потребителей / А.А. Лемперт, Г.Л. Нгуен, К.М. Ле // Известия Байкальского государственного университета. – 2016. – № 26 (6). – С. 1031–1038.
6. **Ле К.М.** О задачах построения многократных покрытий и упаковок в двумерном неевклидовом пространстве / А.А. Лемперт, А.Л. Казаков, К.М. Ле // Управление большими системами. – 2019. – Вып. 81. – С.6–25.

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

7. **Ле К.М.** «КУПОЛ-М»: кратные упаковки и покрытия, оптимизация, логистика / А.Л. Казаков, А.А. Лемперт, К.М. Ле // Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. № 2018666830 от 21 ноября 2018 г. М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности. 2018.

Прочие издания

8. **Ле К.М.** Размещение логистических центров в области при точечном и непрерывном распределениях потребителей / А.А. Лемперт, К.М. Ле // Материалы XVII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2016. – С. 49.

9. **Ле К.М.** О задаче упаковки равных кругов в неодносвязное множество / А.А. Лемперт, К.М. Ле // Сборник тезисов докладов Международной школы–конференции «Соболевские чтения». Новосибирск: ИМ СО РАН, НГУ, 2016. – С. 112.

10. **Ле К.М.** Задача построения оптимального покрытия разными кругами двух типов / К.М. Ле // Материалы XVIII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2017. – С. 42.

11. **Ле К.М.** Покрытие замкнутого множества разными кругами с неевклидовой метрикой на плоскости/ К.М. Ле // Материалы Всероссийской молодежной научно-практической конференции «Винеровские чтения 2018». Иркутск: ИРНИТУ, 2018. – С. 57–58.

12. **Ле К.М.** Об алгоритме упаковки кругов разного радиуса в ограниченное множество в неевклидовом метрическом пространстве / А.Л. Казаков, А.А. Лемперт, К.М. Ле // Труды VIII Международной конференции «Системный анализ и информационные технологии – САИТ 2019». М.–Иркутск: ФИЦ ИУ РАН, 2019. – С. 72–79.

13. **Le Q.M.** On the thinnest covering of fixed size containers with Non-Euclidean metric by incongruent circles / A.A. Lempert, A.L. Kazakov, Q.M. Le // Сборник тезисов Международной конференции «Теория математической оптимизации и исследование операций – MOTOR 2019». Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2019. – С. 113.

14. **Ле К.М.** О задаче многократной упаковки кругов в ограниченное множество / А.А. Лемперт, А.Л. Казаков, К.М. Ле // Материалы Международного симпозиума «Динамические системы, оптимальное управление и математическое моделирование». Иркутск: ИГУ, 2019. – С. 397–399.

Подписано в печать 23.12.2019 Формат 60x90/15.
Бумага офсетная. Печать трафаретная. усл. печ. л. 1,0.
Тираж 100 экз. Заказ № ___
Отпечатано в типографии БГУ
Адрес: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина 11.