



До Мань Тунг

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ НА
ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН**

Специальность 05.13.18 - Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Работа выполнена на кафедре «Информатика и математическое моделирование»
ФГБОУ ВПО «Иркутская государственная сельскохозяйственная академия»

Научный руководитель: **Репецкий Олег Владимирович**
доктор технических наук, профессор,
президент НОУ ВПО «Восточно-Сибирский институт
экономики и права»

Официальные оппоненты: **Зайдес Семен Азикович**
доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой Машиностроительных техноло-
гий и материалов ФГБОУ ВПО «Иркутский государ-
ственный технический университет»

Грешилов Анатолий Дмитриевич
кандидат технических наук, доцент,
декан Машиностроительного факультета ФГБОУ ВПО
«Восточно-Сибирский государственный университет
технологий и управления»

Ведущая организация: ОАО «Иркутский научно-исследовательский и кон-
структорский институт химического и нефтяного ма-
шиностроения»

Защита состоится 17 декабря 2014 г. в 15⁰⁰ часов на заседании диссертационного
совета Д 212.070.07 при ФГБОУ ВПО «Байкальский государственный университет
экономики и права» по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. К. Маркса, д. 24, зал заседаний
ученого совета БГУЭП.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВПО «Бай-
кальский государственный университет экономики и права» по адресу: 664003,
г. Иркутск, ул. Ленина, 11, БГУЭП, корпус 2, аудитория 101, www.isea.ru.

Отзывы на автореферат присылать по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, д. 11,
БГУЭП, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.070.07.

Автореферат разослан 24 октября 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
Кандидат технических наук, доцент



Т.И. Ведерникова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Роторы турбомашин часто работают в сложных температурных условиях при больших скоростях вращения. Колебание деталей турбомашин является важным фактором, который значительно влияет на их прочность. Колебания часто вызывают высокое напряжение для вращающихся деталей и снижают их усталостную прочность при эксплуатации.

При изучении динамики роторов турбомашин, известно, что идеальные рабочие колеса являются циклически-симметричными системами. Если предполагается, что все секторы рабочего колеса идентичны, то теория циклической симметрии может использоваться для анализа динамических характеристик рабочих колес на основе одного типичного сектора. Однако в реальных рабочих колесах всегда возникают отличия между лопатками (по геометрии, материалу и т.д.) из-за изготовления, износа при эксплуатации и других факторов. Все эти малые отличия лопаток, так называемая расстройка параметров, нарушают циклическую симметрию конструкции. Тогда для изучения динамики рабочего колеса с расстройкой, моделирование только одного сектора является недостаточным и нужно моделировать полное рабочее колесо.

Кроме этого, расстройка может привести к локализации уровня колебаний рабочих колес. Даже она может привести к ограничению движения колебаний рабочего колеса до небольшой зоны. Также экспериментальные исследования для амплитуды и напряжений рабочих колес с расстройкой показали, что даже небольшая расстройка лопаток всегда увеличивает максимальную амплитуду колебаний при резонансе. Также она может привести к возникновению резонансных напряжений, которые выше, чем максимальные напряжения настроенной системы на 20% и более.

Первые исследования задач расстройки лопаток проводились около 40 лет назад и в настоящий момент вычислительные методы развиваются для прогнозирования влияния расстройки на характеристики колебаний ротора турбомашин. Однако решение задач расстройки лопаток считается недостаточным, так как никакие численные методы не обладают сочетанием точности и вычислительной эффективностью, которые обеспечивают надежную оценку чувствительности расстройки на стадии проектирования. На сегодняшний день появилось несколько коммерческих промышленных программ, таких как ANSYS, NASTRAN и др. Но они не всегда позволяют определить динамический отклик при прерывистом, нестационарном действии газовых нагрузок, которые характерны для рабочих колес и их полные конечноэлементные модели часто состоят из многих степеней свободы (миллионов степеней свободы).

Таким образом, разработка и развитие математических моделей, численных методов и программ расчета, которые позволяют точнее определить влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин, а также снижают трудоемкость и затраты времени на ЭВМ, являются актуальной проблемой.

Целью диссертационной работы является разработка численных методов, эффективных алгоритмов и программного обеспечения для оценки влияния расстройки лопаток на динамические характеристики рабочих колес турбомашин на основе метода конечных элементов (МКЭ) и норм для оценки динамических характеристик деталей.

Для достижения этой цели необходимо решение следующих задач:

1. Построение основных алгоритмов МКЭ для расчета прочности пластинчато-оболочечных деталей турбомашин. Приведение видов и различных законов расстройки параметров рабочих колес турбомашин при их изготовлении или эксплуатации. Математическое моделирование и определение значений расстройки рабочих колес турбомашин МКЭ. Определение модели возбуждающих газодинамических сил, приближенных к реальным режимам работы двигателей турбомашин.

2. Разработка и развитие численных методов и новых алгоритмов для расчета характеристик колебаний рабочих колес без учета и с учетом влияния вращения.

3. Развитие эффективных методов и разработка методик и новых алгоритмов для математического моделирования рабочих колес турбомашин с расстройкой. Проведение оценки влияния расстройки параметров на характеристики колебаний рабочих колес и сравнение результатов расчета с данными эксперимента и результатами программного комплекса ANSYS. Выбор эффективных численных методов для оценки влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес.

4. Развитие эффективных численных методов и алгоритмов и их реализация в виде программных комплексов для расчета влияния различных законов расстройки на характеристики колебаний реальных рабочих колес турбомашин.

Методы исследования. В качестве базового метода исследований выбран метод конечных элементов. В диссертационной работе также использованы теория упругости, теория колебаний, механика деформируемого твердого тела и др. При проведении расчета применены теория матриц и численное интегрирование. При математическом моделировании рабочих колес с расстройкой использованы метод моделирования уменьшенного порядка и метод синтеза форм колебаний. Для проведения численного эксперимента разработаны программный комплекс PVROMBD, созданный на алгоритмическом языке «MATLAB».

Достоверность результатов. Достоверность полученных численных результатов подтверждена данными эксперимента и результатами расчетов в программных комплексах ANSYS, BLADIS+.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Систематизированы виды и варианты расстройки параметров рабочих колес турбомашин при их изготовлении, сборке и эксплуатации. Разработаны и развиты эффективные алгоритмы МКЭ для определения значений расстройки рабочих колес.

2. Предложен и развит метод математического моделирования рабочих колес турбомашин для расчета их динамических характеристик на основе пружинно-массовой модели (ПММ). Разработан эффективный численный метод для определения эквивалентных физических величин механической системы, таких как масса, жесткость, коэффициент демпфирования и др.

3. Предложено математическое моделирование и развиты численные методы для анализа вибрационных характеристик рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров на основе метода моделирования уменьшенного порядка (МУП) и МКЭ. Разработан алгоритм и создано программное обеспечение для оценки влияния расстройки лопаток на характеристики колебаний рабочих колес турбомашин.

4. Выполнены комплексные исследования для оценки влияния различных законов расстройки параметров на свободные и вынужденные колебания реальных рабочих колес турбомашин с применением математического моделирования и вычислительного эксперимента. Выявлены зоны частот, в которых формы собственных и вынужденных колебаний рабочих колес даже с небольшой расстройкой жесткости лопаток сильно изменяются как качественно, так и количественно.

Научные положения, выносимые на защиту

1. Математические методы и алгоритмы для моделирования лопатки с расстройкой по массе, материалу и геометрии.

2. Программный комплекс PVROMBD на основе МУП и МКЭ, позволяющий определять характеристики колебаний рабочих колес турбомашин при снижении размерности задачи до анализа только одного сектора и существенном сокращении временных и материальных затрат в расчетах.

3. Результаты численного анализа колебаний реального рабочего колеса турбомашин с расстройкой жесткости одной лопатки и расстройкой жесткости всех лопаток, значения которых изменяются по закону нормального распределения Гаусса.

Практическая значимость работы.

1. Исследовано влияние различных законов распределения расстройки по лопаткам рабочего колеса и выявлены качественные и количественные факторы влияния расстройки на свободные и вынужденные колебания данных конструкций.

2. Создано математическое и программное обеспечение для исследования характеристик колебаний рабочих колес турбомашин без расстройки и с расстройкой параметров, которые могут применяться на стадиях проектирования, сборки и эксплуатации для большинства циклически симметричных конструкций на предприятиях авиационного, космического, транспортного, энергетического, химического и нефтяного машиностроения.

3. Выявлены поворотные зоны частот, в которых характеристики колебаний рабочих колес даже с небольшой расстройкой жесткости лопаток сильно изменяются как качественно, так и количественно.

Результаты, полученные в работе, использовались при выполнении НИР и в учебном процессе кафедры «Автоматизация производственных процессов» в Иркутском государственном университете путей сообщения, г. Иркутск, а также в учебном процессе кафедры «Информатика и математическое моделирование» Иркутской государственной сельскохозяйственной академии, г. Иркутск.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских научно-практических и международных конференциях, таких как «Авиамашиностроение и транспорт Сибири» (ИрГТУ, Иркутск, 2013, 2014); «Научные исследования и разработки к внедрению в АПК» (ИрГСХА, Иркутск, 2013); «Современные проблемы и перспективы развития АПК» (ИрГСХА, Иркутск, 2014); «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов» (ТПУ, Томск, 2014). Диссертация прошла апробацию на конференциях и семинарах кафедры «Информатика и кибернетика» БГУЭП; кафедры «Информатика и математическое моделирование» ИрГСХА. Автор получил диплом I степени в VII Всероссийской научно-практической конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов» (Томск, 2014).

Сведения о публикациях. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 16 печатных работах, в том числе в 8-ми публикациях в изданиях из списка ВАК, 2-х свидетельствах о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы из 180 наименований и приложения. Общий объем диссертации составляет 193 страницы, включая 100 рисунков, 22 таблицы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, определены объект и предмет исследования, цели исследования, задачи и методы их решения, приведены основные положения, выносимые на защиту, краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе представлена проблема колебаний деталей турбомашин и приведены основные результаты исследований эффекта расстройки на динамические характеристики рабочих колес и методы моделирования рабочих колес с расстройкой, которые проводились авторами: Иванов В.П., Ewins D.J., Whitehead D.S., Mignolet, Ottarsson, Bladh, Wei и Pierre, Репецкий О.В., Рыжиков И.Н. и др. Выполнен обзор схем для оценки влияния расстройки на прочность и долговечность рабочих колес.

Во второй главе представлены отношения механических величин, таких как перемещение, сила и т.д., в физических координатах для полной системы и в циклических координатах для одного базового сектора. Вторая глава посвящена математическому моделированию возбуждающих газодинамических сил, приближённых к реальным режимам работы двигателей турбомашин. Также эта глава содержит описание сущности, вариантов применений МКЭ в технике, основных принципов МКЭ, основных алгоритмов при реализации МКЭ, и виды конечных элементов (КЭ) для расчета прочности пластинчато-оболочечных деталей турбомашин.

В этой главе приведены виды и различные законы расстройки параметров, которые часто возникают при изготовлении и эксплуатации рабочих колёс турбомашин. Также представлены основные алгоритмы МКЭ для определения значений расстройки лопаток рабочих колёс. Расстройка параметров рабочих колёс определена в виде

$$\Delta f_n^k = \frac{\bar{\omega}_{b,n}^k{}^2 - \omega_{b,n}^k{}^2}{\omega_{b,n}^k{}^2}, \quad (1)$$

где Δf_n^k - значение расстройки k -ой формы колебания n -ой лопатки, $\bar{\omega}_{b,n}^k, \omega_{b,n}^k$ - угловые частоты колебаний k -ой формы n -ой лопатки с расстройкой и без расстройки.

Кроме этого, разработаны общие схемы программ для исследования влияния расстройки параметров на колебания рабочих колёс турбомашин (рис. 1, 2). Эти схемы является основой для выбора подхода к решению задач исследования колебаний рабочих колёс с расстройкой на основе МКЭ.

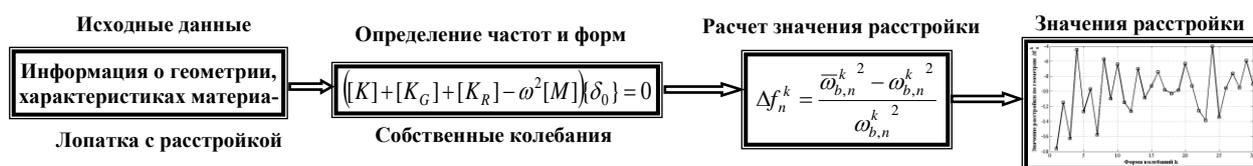


Рис. 1. Схема определения значений расстройки параметров лопаток

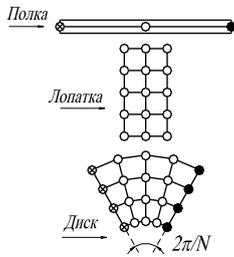


Рис. 2. Схема анализа влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колёс турбомашин

В третьей главе приведен метод циклической симметрии (МЦС) для исследования собственных колебаний циклически-симметрических систем (ЦСС), таких как рабочие колёса турбомашин без расстройки на основе одного базового сектора с помощью МКЭ. Динамическое уравнение равновесия сектора после применения метода статической конденсации в динамических задачах можно представить в виде

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $M_{ij}, K_{ij}, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ - блоки матриц масс, жесткости и перемещения на левом, в среднем и на правом рядах элементов (рис. 3, 4), а F_1, F_2, F_3 - соответствующие силы в сечении.



- ⊗ - левые узлы
- - средние узлы
- - правые узлы

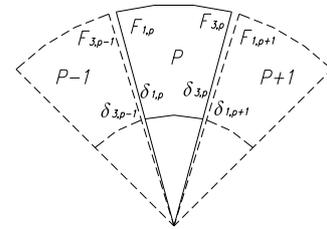


Рис. 4. Секторы ЦСС

Рис. 3. Конечноэлементная модель сектора ЦСС

Отношение перемещений и сил на правой и левой границах сектора ЦСС имеет вид

$$\{\delta_{3,p}\} = \{\delta_{1,p}\}e^{\mu}, \quad \{F_{3,p}\} = -\{F_{1,p}\}e^{\mu}, \quad (3)$$

где $\mu = i\alpha$, $\alpha = 2\pi n/N$, $i = \sqrt{-1}$; $n=0, \dots, N/2$ для четных N и $n=0, \dots, (N-1)/2$ для нечетных N .

Из (2) и (3) можно получить уравнение для свободных колебаний системы

$$\begin{bmatrix} [K]^{Re} & -[K]^{Im} \\ [K]^{Im} & [K]^{Re} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M]^{Re} & -[M]^{Im} \\ [M]^{Im} & [M]^{Re} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\delta]^{Re} \\ [\delta]^{Im} \end{bmatrix} = 0, \quad (4)$$

$$c [K]^{Re} = \begin{bmatrix} K_{11} + K_{33} + (K_{13} + K_{31})\cos\alpha & K_{12} + K_{32}\cos\alpha \\ K_{21} + K_{23}\cos\alpha & K_{22} \end{bmatrix}, \quad [K]^{Im} = \begin{bmatrix} (K_{13} - K_{31})\sin\alpha - K_{32}\sin\alpha \\ K_{23}\sin\alpha & 0 \end{bmatrix}.$$

Структура матриц $[M]^{Re}$, $[M]^{Im}$ аналогична $[K]^{Re}$, $[K]^{Im}$. Для тестирования точности и сходимости МЦС решена задача о собственных колебаниях модельного рабочего колеса, содержащего 24 лопатки: внутренний радиус - 0,0135 м, внешний радиус - 0,06 м, толщина диска и лопатки - 0,002 м, длина лопатки - 0,036 м, ширина лопатки - 0,012 м, модуль упругости - 210 ГПа, плотность - 7850 кг/м³, коэффициент Пуассона - 0,3. Конечноэлементная модель на основе треугольных КЭ (STI218) показана на рис. 5. Результаты расчета частот собственных колебаний модельного рабочего колеса без расстройки в сравнении с экспериментом (Эксп.) приведены на рис. 5 и в таблице 1.

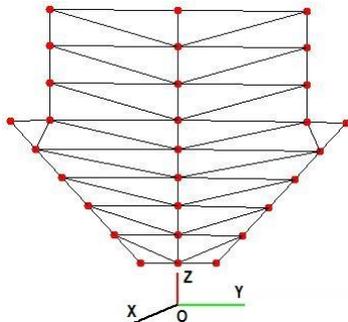


Рис. 4. Конечноэлементная модель одного сектора

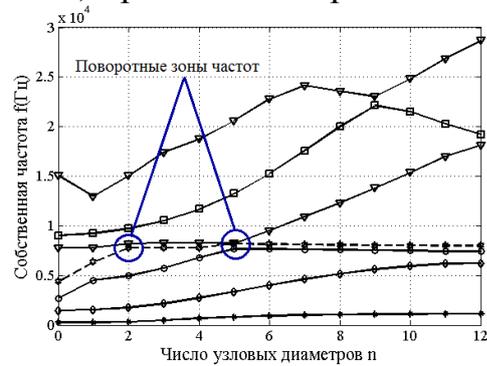


Рис. 5. График частот собственных колебаний для модельного рабочего колеса без расстройки

Таблица 1

Анализ точности собственных колебаний модельного диска без расстройки (Гц)

n	m=0			m=1			m=2		
	МЦС	Эксп.	Δf (%)	МЦС	Эксп.	Δf (%)	МЦС	Эксп.	Δf (%)
0	260,1	265	-1,85	1461	1386	5,41	2697	-	-
1	255,1	210	21	1522	1362	11,75	4513	4281	5,42
2	320,7	340	-5,68	1737	1723	0,81	4966	4950	0,32
3	492	501	-1,80	2147	2109	1,80	5739	5820	-1,39
4	669	681	-1,76	2714	2714	0,00	6811	6812	-0,01
5	808	803	0,62	3354	3452	-2,84	7661	7021	9,2

Из таблицы 1 видно, что результаты расчета МЦС хорошо совпадают с данными эксперимента, а также обеспечивают сходимость решения. Из рис. 5 видно, что на графике частот собственных колебаний рабочего колеса в зависимости от числа узловых диаметров и окружностей часто появляются поворотные зоны частот. Дополнительно при использовании МЦС число степеней свободы расчета значительно

уменьшается (из 3312 при использовании полной модели число степеней свободы уменьшено до 174), что снижает трудоемкость и затраты времени на ЭВМ.

Однако в этой главе представлен метод анализа колебаний ЦСС на основе пружинно-массовой модели (ПММ). На основе ПММ рабочее колесо турбомашин без расстройки может быть разделено на N одинаковых секторов и показано на рис. 6.

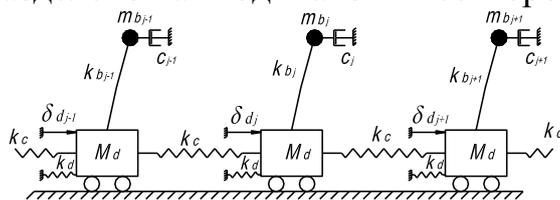


Рис. 6. Моделирование рабочего колеса на базе пружинно-массовой модели

Уравнение движения рабочего колеса без расстройки на основе ПММ может быть записано в матричном виде $[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{f(t)\}$, (5)

где $[M], [C], [K]$ - матрицы масс, демпфирования и жесткости настроенной системы размером $2N \times 2N$, N - число лопаток; $\{\delta\}$ - вектор перемещений сосредоточенных масс лопатки и секторов диска; $\{f(t)\}$ - вектор возбуждающих сил. В разделе приведен метод для определения физических величин системы, таких как массы системы M_d, m_b ; жесткости системы k_d, k_b, k_c и коэффициент демпфирования системы c (рис. 6).

Для тестирования точности и сходимости этого метода при расчёте собственных колебаний ЦСС рассмотрено модельное рабочее колесо, содержащее 24 лопатки. Геометрические размеры и характеристики материала этого рабочего колеса описаны выше. Результаты исследования частот собственных колебаний рабочего колеса без расстройки в сравнении с экспериментом (Эксп.) приведены в таблице 2.

Таблица 2

Собственные частоты модельного рабочего колеса без узловых окружностей

n		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f (Гц)	ПММ	347,7	508	653,7	779,6	882,5	961,3	1018	1056	1080	1094	1098
	Эксп.	340	501	681	803	922	938	961	1008	1027	1030	1032
Δf(%)		2,2	2,4	-4,0	-2,9	-4,2	2,5	5,9	4,8	5,2	6,2	6,4

Из таблицы 2 видно, что результаты расчета собственных частот хорошо совпадают с данными эксперимента. Этот метод обеспечивает сходимость решения и снижает трудоемкость и численные затраты времени на ЭВМ.

Кроме этого, в этой главе разработана и реализована программа PISVRBD для оценки влияния вращения на характеристики собственных колебаний рабочих колес турбомашин МКЭ. Для учета изменения жесткости конструкции в общую матрицу жесткости добавлена матрица геометрической жесткости, обусловленная начальными напряжениями от вращения, температуры и других факторов. При этом уравнение движения рабочих колес с учетом влияния вращения может быть описано как

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + ([K] + [K_G] - [\bar{M}])\{\delta\} = \{F(t)\}, \quad (6)$$

где $[K_G], [\bar{M}]$ - матрицы геометрической жесткости и псевдомасс.

Таким образом, использование МЦС с учетом (6) дает схему расчета влияния вращения на характеристики собственных колебаний рабочих колес. Для тестирования точности и сходимости алгоритма и созданной программы решена задача о собственных колебаниях диска с 8-ю лопатками: внутренний радиус - 0,035 м, внешний радиус - 0,095 м, толщина диска и лопатки - 0,003 м, радиус лопаток - 0,155 м, ширина лопаток - 0,02 м, модуль упругости - 210 ГПа, плотность - 7800 кг/м³, коэффициент Пуассона - 0,3. Результаты расчета собственных частот рабочего колеса без узловых окружностей в сравнении с результатами других исследователей приведены в таблице 3.

Таблица 3

Анализ точности расчета собственных колебаний рабочего колеса с учетом вращения

n	Источник	Частота вращения диска Ω (1/мин)						
		0	1000	2000	3000	4000	5000	6000
0	FEARS/S	286	287	289	293	298	305	313
	NISA	287	288	290	294	299	306	314
	PISVRBD(STI218)	288	288	289	290	291	293	296
1	FEARS/S	285	286	288	292	298	304	312
	NISA	286	287	290	293	299	306	313
	PISVRBD(STI218)	286	287	288	291	294	298	302

Из таблицы 3 видно, что результаты собственных частот, полученных с помощью созданной программы, хорошо согласуются с результатами других исследователей. При увеличении скорости вращения ротора все собственные частоты колебаний рабочего колеса увеличивается. Изменение жесткости конструкции рабочих колес турбомашин, обусловленное влиянием вращения, оказывает значительное влияние на их динамические характеристики и прочность.

В четвёртой главе приведено математическое моделирование и решение задач при анализе колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой на основе ПММ. В соответствии с уравнением (5), уравнение движения рабочих колес с расстройкой на основе ПММ (рис. 6) может быть записано в матричном виде

$$[M^*]\{\ddot{\delta}\} + [C^*]\{\dot{\delta}\} + [K^*]\{\delta\} = \{f(t)\}, \quad (7)$$

где $[M^*], [C^*], [K^*]$ - матрицы масс, демпфирования и жесткости расстроенной системы размером $2N \times 2N$. Расстройка рабочих колес моделируется путем изменения эквивалентной жесткости лопаток вида $k_{bj}^* = k_{bj}(1 + i\gamma)$; $k_{bj} = k_b(1 + i\Delta f_j)$, k_{bj} , k_b - жесткость j -ой лопатки с расстройкой и без расстройки, Δf_j - значение расстройки j -ой лопатки.

В качестве примера рассмотрено модельное рабочее колесо, содержащее 24 лопатки. Геометрические размеры, характеристики материала конструкции и результаты исследования собственных колебаний настроенной системы описаны в третьей главе. В этом разделе исследованы характеристики колебаний расстроенной системы. Параметры расстройки лопаток приведены в таблице 4.

Таблица 4

Параметры расстройки диска с 24-ю лопатками

Лопатка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Δf_i (%)	-0,52	-1,87	-1,82	-0,39	-5,01	-0,85	1,42	7,62	2,93	2,72	2,77	-4,92
Лопатка	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Δf_i (%)	-8,07	-4,91	5,93	-6,92	-0,41	0,43	1,84	-5,47	2,39	3,81	4,11	3,92

Результаты исследования частот собственных колебаний и перемещений сосредоточенных масс лопаток и секторов диска для колебаний модельного рабочего колеса без расстройки (без р-ки) и с расстройкой (с р-кой) приведены в таблице 5 и на рис. 7.

Таблица 5

Результаты собственных частот колебаний рабочего колеса при использовании ПММ

Форма	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
f	Без р-ки	347,7		508		653,7		779,6		882,5		961,3	
(Гц)	С р-кой	347,7	347,8	507,7	508,2	653,1	653,7	778,7	779,2	880	882,2	958	959,5
Форма	16	17	18	19	20	21	22	23	24				
f	Без р-ки	1018		1056		1080		1094		1098			
(Гц)	С р-кой	1009,4	1017	1048,2	1056	1071	1077	1084,2	1104,8	1107			

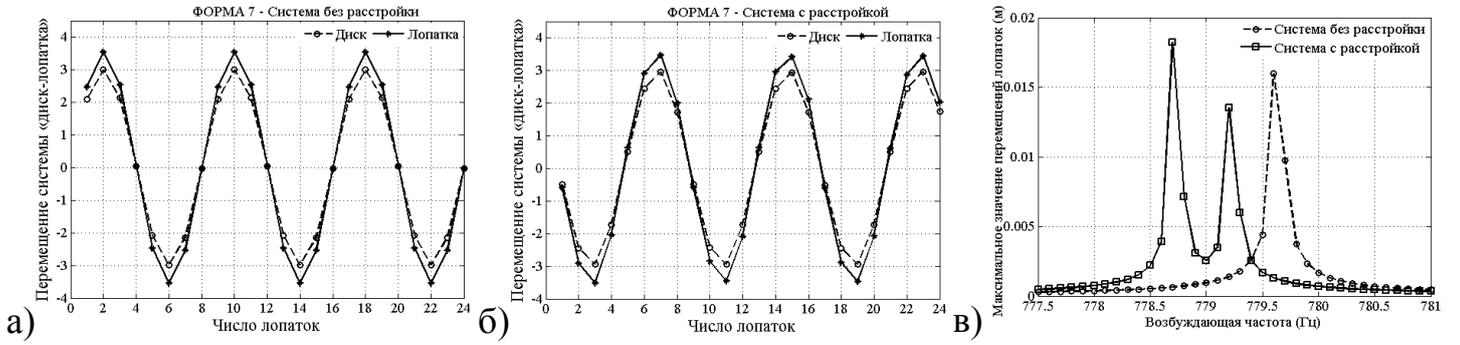


Рис. 7. Графики перемещений сосредоточенных масс лопаток (а, б - для собственных колебаний рабочего колеса; в - для вынужденных колебаний при $C=5$)

В таблице 5 и на рис. 7 даны характеристики колебаний модельного рабочего колеса с расстройкой жесткости лопаток. При введении расстройки двукратные частоты настроенной системы становятся различными. В примере для вынужденных колебаний, максимальные значения амплитуды лопаток серьезно изменяются и повышаются на 15%, в отличие от характеристики колебаний рабочего колеса без расстройки. Данные исследования совпадают с работами авторов Yiu H., Sanliturk K.Y. и др.

В этой главе также разработан программный комплекс PVROMBD для исследования характеристики колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой на основе метода МУП. При использовании МУП исходные данные и математическое моделирование рабочих колес с расстройкой строятся из одного сектора с помощью метода синтеза форм колебаний, которые получены МЦС (см. раздел 3.2). Вектор перемещения рабочего колеса определяется путем синтеза всех форм колебаний диска с безмассовыми лопатками $([\delta^d], [\vartheta^d])$ и консольных лопаток $[\delta^b]$ и имеет вид

$$\{x\} = \begin{bmatrix} [\vartheta^d] \\ [\delta^d] \end{bmatrix} \{a\} + \begin{bmatrix} 0 \\ [\delta^b] \end{bmatrix} \{b\}, \quad (8)$$

где $\{a\}, \{b\}$ - вектор перемещения основных степеней свободы диска и N лопаток.

Согласно принципу Гамильтона уравнение движения системы с учетом расстройки лопаток имеет вид

$$\begin{bmatrix} [I_d] + [\delta^d]^T [M_b] [\delta^d] & [\delta^d]^T [M_b] [\delta^b] \\ [\delta^b]^T [M_b] [\delta^d] & [I_b] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\ddot{a}\} \\ \{\ddot{b}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \text{diag}[2\xi^k] \otimes \sqrt{[\hat{K}_b]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{a}\} \\ \{\dot{b}\} \end{bmatrix} + (1 + \gamma) \begin{bmatrix} \hat{K}_d & [\delta^d]^T [K_b] [\delta^b] \\ [\delta^b]^T [K_b] [\delta^d] & B \text{diag} \begin{bmatrix} \text{diag} (1 + \Delta f_n^k) \end{bmatrix} \hat{K}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\delta^d]^T \{F\} \\ [\delta^b]^T \{F\} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где $\text{diag}[\bullet], B \text{diag}[\bullet]$ - диагональная и блочно-диагональная матрица; m_b - число форм колебаний консольной лопатки; $[\hat{K}_d] = [\vartheta^d]^T [K_d] [\vartheta^d]$; $[I_d] = [\vartheta^d]^T [M_d] [\vartheta^d]$; $[\hat{K}_b] = [\delta^b]^T [K_b] [\delta^b]$; $[I_b] = [\delta^b]^T [M_b] [\delta^b]$; $[M_d], [K_d]$ - матрицы масс и жесткости диска, $[M_b], [K_b]$ - матрицы масс и жесткости N лопатки; символ \otimes обозначает оператор Кронекера; $\{F\}$ - вектор возбуждающих сил системы и векторы возбуждающих сил лопаток только отличаются фазой как $\Phi_i = 2\pi C(i-1)/N$, ($i=1, \dots, N$), C - порядок энергии возбуждений.

Для оценки влияния расстройки на формы колебаний рабочего колеса использована Евклидова норма. Перемещение i -й лопатки по Евклидовой норме определяется:

$$\bar{\delta}_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j,i}^2}}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j,n}^2}} \quad \text{для собственных колебаний, и} \quad \bar{\delta}_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{N_b} \delta_{j,i}^2} \quad \text{для вынужденных,} \quad (10)$$

где $\delta_{j,i}$ - перемещение j -й степени свободы i -й лопатки, N_b - число степеней свободы лопатки.

Для тестирования точности и сходимости алгоритмов и программ рассмотрено модельное рабочее колесо, содержащего 24 лопатки (см. главу 3). Коэффициенты демпфирования: $\gamma = 0,6\%$. Параметры расстройки лопаток приведены в таблице 4. Для проверки точности созданной программы, результаты МУП сравнены с данными эксперимента и с результатами, которые получены с использованием МКЭ для полной модели (ПМ) и с использованием программного комплекса ANSYS. Результаты расчета собственных частот рабочего колеса без расстройки приведены в таблице 6.

Таблица 6

Сопоставление значений частот собственных колебаний системы без расстройки

Форма	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Эксп.	210	265	340			501		681		803		922	
МУП	255,1	260,1	320,7			492		668,6		808,2		911,9	
ПМ	255,1	260,1	321			492		669		808		911,9	
ANSYS	265	284	318			491		655		778		865	

Подобные результаты расчета колебаний рабочего колеса с расстройкой по собственным частотам и погрешностям результатов приведены на рис. 8 и 9.

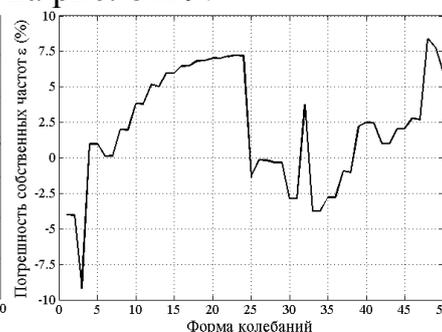
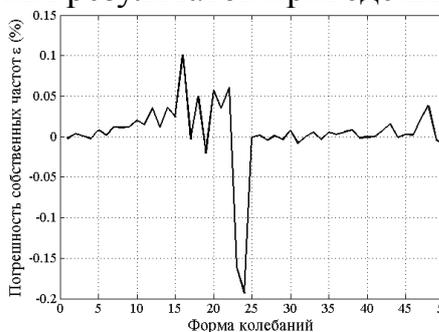
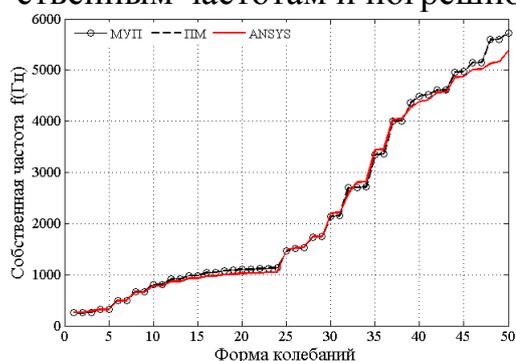


Рис. 8. График частот собственных колебаний рабочего колеса с расстройкой

Рис. 9. Погрешность результатов собственных частот (а- между МУП и ПМ; б- МУП и ANSYS)

Результаты характеристик собственных колебаний рабочего колеса по Евклидовым нормам перемещений лопаток, соответствующим формам колебаний 16, приведены на рис. 10.

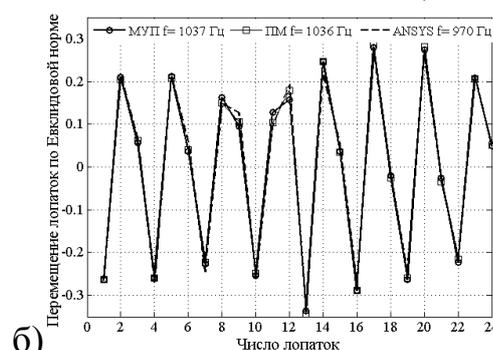
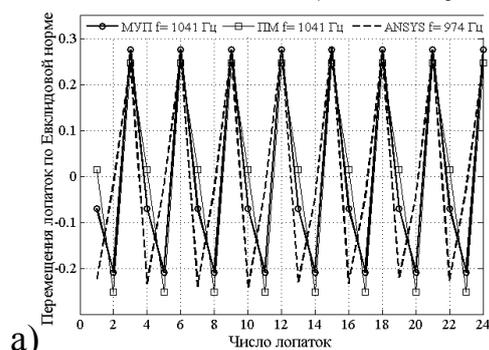


Рис. 10. График перемещения лопаток по Евклидовой норме (а- для рабочего колеса без расстройки; б – с расстройкой)

Результаты характеристик вынужденных колебаний рабочего колеса по Евклидовым нормам, соответствующим порядку возмущения двигателя $S=5$, отражена на рис. 11

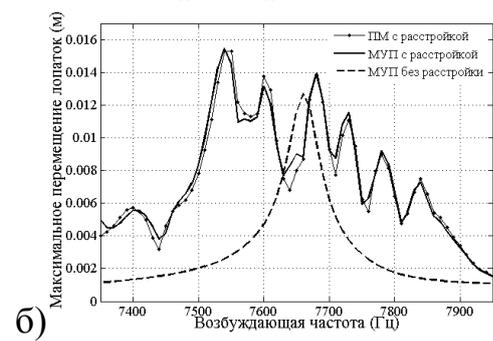
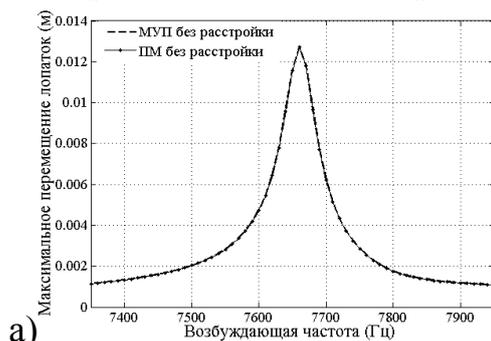


Рис. 11. График максимальных значений амплитуды лопаток для вынужденных колебаний системы по Евклидовой норме

Из таблицы 6 и рис. 8, 9 видно, что численные результаты МУП при исследовании колебаний модельного рабочего колеса без расстройки и с расстройкой хорошо совпадают с данными эксперимента и результатами комплекса ANSYS. Результаты МУП и МКЭ для ПМ очень близки. Рис. 10 и 11 показали, что в поворотных зонах частот (рис. 6), формы колебаний рабочих колес даже с маленькой расстройкой жесткости сильно изменяются как качественно, так и количественно (рис. 10б, 11б).

Однако в четвертой главе приведен метод для анализа влияния расстройки геометрии лопаток на собственные колебания рабочих колес с использованием свойств циклической симметрии. Рабочее колесо рассматривается как ЦСС с порядком симметрии $N/2$ для четных N . Тогда сектор ЦСС с порядком $N/2$ содержит две лопатки, что позволяет изменять размер одной из них. Также выполнен расчет для диска с 24 лопатками, и даны выводы: для жесткого диска с упругими лопатками, при незначительном изменении толщины второй лопатки появляется расслоение парных частот и диск тоже незначительно влияет на собственные колебания системы; для упругого рабочего колеса, при уменьшении толщины одной лопатки собственные частоты нижнего семейства повышаются для маленьких узловых диаметров ($n=0-4$).

В пятой главе проводится анализ влияния различных законов распределения расстройки лопаток на характеристики колебаний реальных рабочих колес турбомашин. Известно, что при использовании треугольных КЭ, элементы системы отражаются на срединной поверхности конструкции. Для реальных рабочих колес срединная поверхность диска и лопатки обычно не лежат на одной плоской поверхности. Для использования МКЭ, МЦС и МУП при анализе динамических характеристик рабочих колес необходимо добавить дополнительное соединение по гипотезе Кирхгофа-Лява для перемещений узловых точек диска и узловых точек лопатки на поверхности соединения между диском и лопаткой.

В качестве объекта исследования рассмотрено реальное рабочее колесо турбины с 30-ю лопатками: внутренний радиус диска - 0,0508 м, наружный радиус диска - 0,3168 м, угол установки лопаток на диск - 85,7°, угол закрутки лопаток - 43,8°, радиус периферии лопаток - 0,5455 м, модуль упругости - 216 ГПа, коэффициент Пуассона - 0,28, плотность - 7850 кг/м³. Коэффициент демпфирования - 0,001. Расчет выполнен для двух случаев: собственные и вынужденные колебания рабочего колеса без расстройки и с расстройкой. Для случая вынужденных колебаний, лопатки рабочего колеса возбуждаются через 20 сопловых лопаток с двумя гармониками возбуждения, которые возникают с увеличением скорости вращения ротора от состояния ноль до скорости 100 1/с за определенное время. Для проверки точности программы результаты расчета колебаний системы сравнены с результатами программного пакета «BLADIS+». Результаты расчета частот и форм собственных колебаний рабочего колеса без расстройки при использовании МЦС, программы PVROMBD и программного пакета «BLADIS+» приведены в таблице 7 и на рис. 12, 13.

Таблице 7

Значения собственных частот колебаний рабочего колеса без расстройки (Гц)

n	m=0			m=1			m=2		
	МЦС	PVROMBD	BLADIS	МЦС	PVROMBD	BLADIS	МЦС	PVROMBD	BLADIS
0	138,9	139	131	354,7	355	261,2	488,4	488	450,2
1	139,0	139,1	131,5	353,6	353,8	405,4	491,3	491,4	519,1
2	140,5	140,6	131,6	449,7	449,8	434,4	550,3	550,5	827
3	141,1	141,3	131,7	473,2	473,4	438,1	911,6	912,2	951
4	141,3	141,5	131,7	475,3	475,3	439,5	919,7	920,4	945,4
5	141,3	141,5	131,7	475,7	475,8	440,2	920,3	921,0	942,7

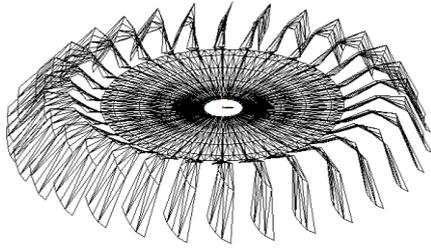


Рис. 12. Форма собственных колебаний рабочего колеса при $n=0, m=1$

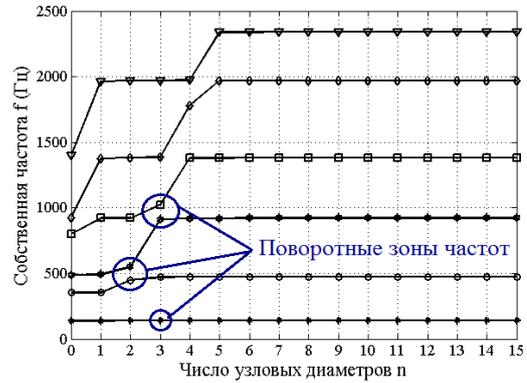


Рис. 13. График частот собственных колебаний для рабочего колеса без расстройки

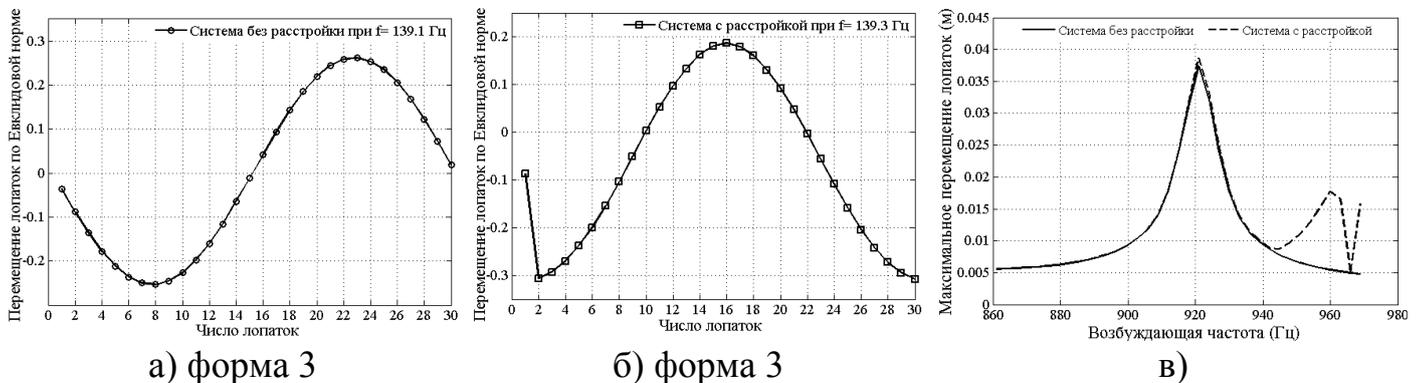
Далее рассмотрено влияние двух законов расстройки жесткости лопаток на характеристики колебаний системы: в первом случае рассмотрена расстройка жесткости одной лопатки $\Delta f = 10\%$ из-за усталостной трещины лопатки при эксплуатации. Результаты расчета частот собственных колебаний рабочего колеса приведены в таблице 8.

Таблица 8

Частоты собственных колебаний рабочего колеса с помощью программы PVROMBD

Форма	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Без р-ки	139	139,1		140,7		141,3		141,5		141,5	
С р-кой	139	139,1	139,3	140,7	140,9	141,3	141,5	141,5	141,5	141,5	141,6
Форма	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Без р-ки	141,6		141,6		141,6		141,6		141,6		141,6
С р-кой	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6	141,6

Результаты расчет форм колебаний системы по Евклидовым нормам приведены на рис. 14. Расчет для собственных колебаний выполнен в поворотной зоне частот.



а) форма 3

б) форма 3

в)

Рис. 14. График перемещения лопаток по Евклидовой норме (а, б - для собственных колебаний рабочего колеса; в - для вынужденных колебаний при $C=2$)

Из таблицы 8 и рис. 14 видно, что в спектре собственных частот рабочего колеса без расстройки содержатся двукратные частоты, которые при введении малой расстройки одной лопатки в расчет расщепляются: первая частота колебаний расстроенной системы равна частоте настроенной системы, а вторая частота выше, чем частота настроенной системы.

Во втором случае рассмотрена расстройка жесткости всех лопаток, параметры расстройки которых подчиняются закону нормального распределения Гаусса. Эта расстройка часто возникает при изготовлении лопаток. Для анализа влияния размещения расстройки лопаток на диске, исследованы два закона размещения расстройки: параметры расстройки по лопаткам составлены по последовательному закону (ПЗ) и зигзагообразному закону (ЗЗ) (рис. 15). Результаты расчета частот собственных колебаний рабочего колеса приведены в таблице 9 и рис. 16.

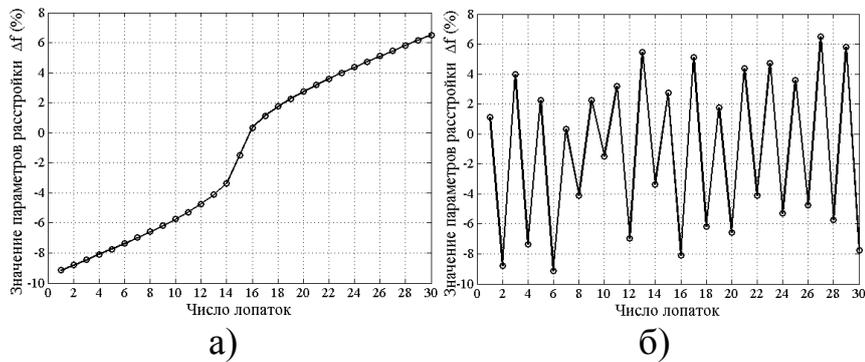


Рис. 15. График параметров расстройки (а - расстройки по ПЗ; б - расстройки по ЗЗ)

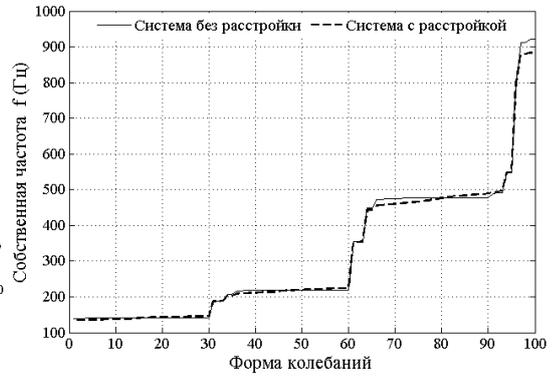


Рис. 16. График частот собственных системы с расстройкой по ЗЗ

Таблица 9

Частоты собственных колебаний рабочего колеса с помощью программы PVROMBD

Форма	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Без р-ки	139	139,1	140,7	141,3	141,5	141,5	141,5	141,5	141,5	141,5	141,5	
С р-кой	ПЗ	134,3	134,5	135,2	135,4	135,9	136,2	136,3	136,3	136,7	137	137,6
	ЗЗ	134,4	134,9	135,3	135,7	136	136,3	136,3	137	137,1	137,5	138,1

Результаты исследования форм собственных колебаний рабочего колеса по Евклидовым нормам приведены на рис. 17. Расчет проводится в поворотных зонах частот (рис. 16), соответствующих формам колебаний 3 и 6.

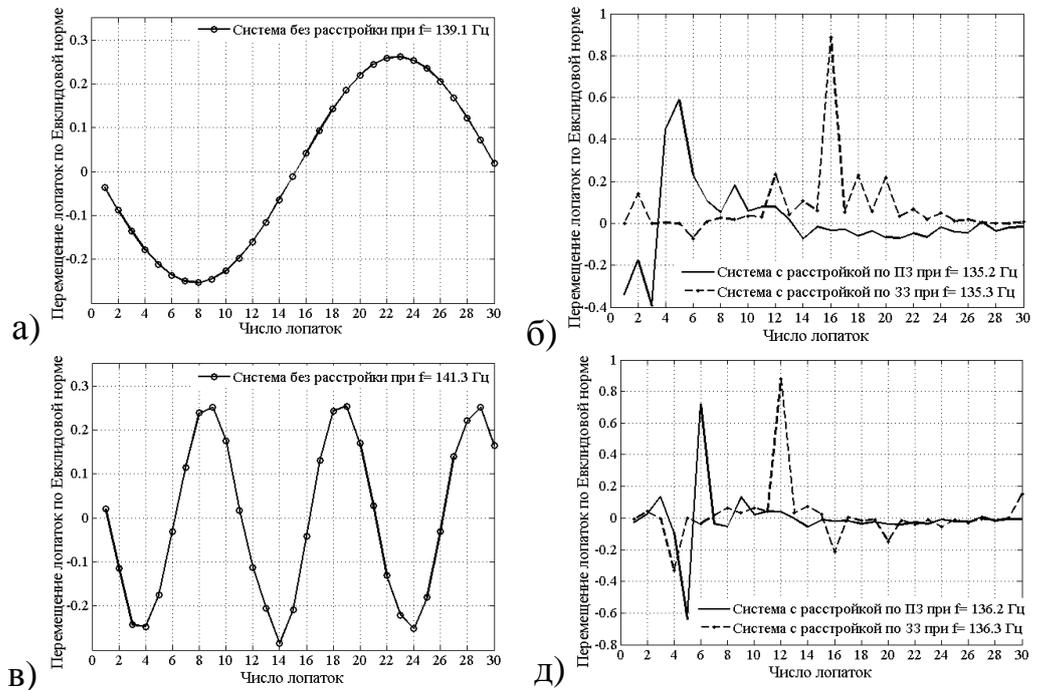
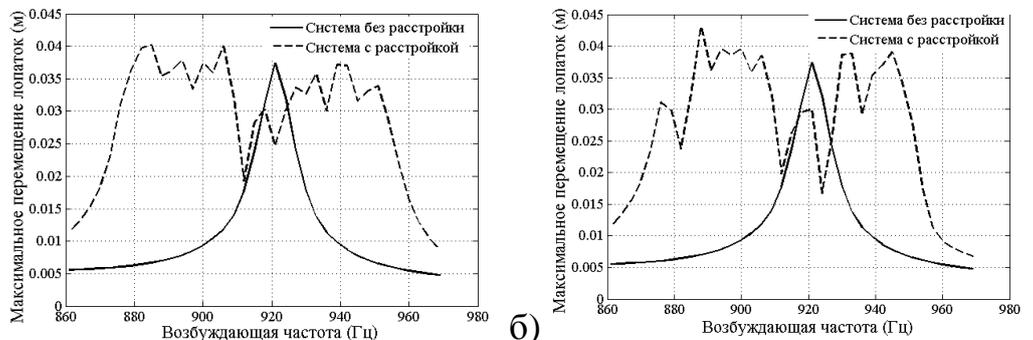


Рис. 17. Графики перемещения лопаток по Евклидовой норме (а, б – форма 3; в, д- форма 6)

Результаты исследования характеристик вынужденных колебаний рабочего колеса по Евклидовой норме при порядке энергии возмущения а)



С=3 приведена на Рис. 18. График максимальных значений амплитуды перемещений лопаток для вынужденных колебаний расстроенной системы по Евклидовой норме (а- параметры расстройки по ПЗ; б- по ЗЗ)

Из таблицы 9 и рис. 17 и 18 видно влияние небольшой расстройки по закону Гаусса на характеристики колебаний рабочего колеса для двух случаев размещения лопа-

ток (ПЗ и ЗЗ). Установлено, что для собственных колебаний системы при введении расстройки в расчет двукратные частоты колебаний системы заметно расщеплены, расстройка нарушает гармоническое свойство перемещения лопаток по Евклидовой норме и ограничивает колебания системы до маленькой зоны (например, для формы 3 при параметрах расстройки по ПЗ только лопатки 3 и 5 колеблются, а по ЗЗ колеблется только лопатка 16). Частоты собственных колебаний рабочего колеса при размещении параметров расстройки по ПЗ и по ЗЗ отличаются незначительно. В вынужденных колебаниях расстроенной системы возникает много критических значений амплитуды колебаний лопаток и максимальные значения амплитуды перемещений лопаток расстроенной системы выше, чем настроенной системы (на 19,5%), также максимальные значения амплитуды перемещений системы с расстройкой по ЗЗ больше (на 9%), чем значения максимальной амплитуды перемещений системы с расстройкой по ПЗ (рис. 18).

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Разработаны алгоритмы и программы, основанные на МКЭ, позволяющие определить значения расстройки рабочих колес и увеличить точность при оценке влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин.

2. Разработаны и развиты численные методы для анализа динамических характеристик конструкции, такие как метод циклической симметрии для анализа собственных колебаний циклически симметричных систем (ЦСС); метод исследования динамических характеристик рабочих колес с учетом вращения; метод исследования влияния расстройки на характеристики собственных колебаний рабочих колес с использованием свойства циклической симметрии; метод моделирования ЦСС на основе пружино-массовой модели и метод моделирования уменьшенного порядка для оценки влияния расстройки на динамические характеристики рабочих колес турбомашин.

3. Разработан новый программный комплекс для анализа влияния вращения и расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес, позволяющий обеспечить необходимую точность расчёта, провести вычислительные эксперименты для анализа влияния расстройки параметров на долговечность рабочих колес при их проектировании и снизить трудоемкость и затраты времени на ЭВМ.

4. Проведен расчет влияния различных законов расстройки лопаток на характеристики колебаний реальных рабочих колес турбомашин. Результаты расчета показывают, что расстройка лопаток значительно влияет на характеристики колебаний и долговечность рабочих колес турбомашин. На графике частот собственных колебаний рабочих колес в зависимости от числа узловых диаметров и окружностей часто появляются поворотные зоны частот. В этих зонах собственные колебания рабочих колес даже с небольшой расстройкой ограничиваются до маленькой зоны (только несколько лопаток колеблется). Для случая вынужденных колебаний возникает большое количество критических значений амплитуды перемещений лопаток и максимальные значения амплитуд перемещений лопаток расстроенной системы часто выше, чем настроенной системы (до 22%), что существенно снижает их долговечность.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в ведущих рецензируемых научных журналах, определенных ВАК Минобрнауки РФ:

1. До Мань Тунг. Математическое моделирование и численный анализ колебаний идеальных циклически-симметричных систем методом конечных элементов/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Известия ИГЭА. - 2012. - №3(83). - С.149 - 153.
2. До Мань Тунг. Анализ собственных колебаний круглых пластин с использованием кольцевых элементов/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Известия ИГЭА. Электронный журнал. - 2012. - №3. <http://eizvestia.isea.ru> .
3. До Мань Тунг. Численный анализ влияния расстройки на собственные колебания циклически-симметричных систем на основе теории возмущений/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник ИрГСХА. – 2013. – №2 (55). – С.120 – 125.

4. До Мань Тунг. Исследование влияния геометрической нелинейности на собственные колебания систем «диск-лопатки» турбомашин с использованием свойств циклической симметрии/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - Иркутск: ИрГУПС. - 2013. – №3(39). - С. 51 – 55.
5. До Мань Тунг. Численный анализ свободных колебаний системы «диск-лопатки» турбомашин с расстройкой на основе модели уменьшенного порядка методом конечных элементов/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - Иркутск: ИрГУПС. - 2013. – №3(39). - С. 106 – 112.
6. До Мань Тунг. Численный анализ влияния расстройки параметров на вынужденные колебания системы диск-лопатки турбомашин на основе модели уменьшенного порядка/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник ВСГТУ. - 2013. - №5. - С. 32 - 39.
7. До Мань Тунг. Анализ влияния расстройки параметров на колебания рабочих колес турбомашин на основе пружино-массовой модели/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник ИрГТУ. - 2013. - №10. - С. 56 - 62.
8. До Мань Тунг. Исследование характеристик колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров на основе моделирования уменьшенного порядка методом конечных элементов/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник СибГАУ. - 2014. - №1 (53). - С. 60 - 66.

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. № 2014617790. Программа для исследования собственных колебаний рабочих колес турбомашин с учетом вращения/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг, Буй Хай Данг// Федеральная служба по интеллектуальной собственности. - 2014.
10. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. № 2014617789. Программа для анализа влияния расстройки параметров на характеристики колебаний рабочих колес турбомашин/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Федеральная служба по интеллектуальной собственности. – 2014.

Статьи в других изданиях:

11. До Мань Тунг. Теория и расчет оболочек вращения матричным методом начальных параметров/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник стипендиатов ДААД. – 2011. – №1 (8). - С. 48 – 55.
12. До Мань Тунг. Анализ собственных колебаний кольцевых пластин при различных условиях закрепления и геометрии контура с использованием кольцевых элементов/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник ДААД. - 2012. - №1(9). - С. 34 - 38.
13. До Мань Тунг. Численный анализ собственных колебаний упругих деталей турбомашин методом конечных элементов/ До Мань Тунг, О.В. Репецкий// Материалы международной научно-практической конференции молодых учёных «Научные исследования и разработки к внедрению в АПК». – 2013. – С. 96-101.
14. До Мань Тунг. Исследование влияния расстройки на собственные колебания рабочих колес турбомашин с использованием свойств циклической симметрии/ О.В. Репецкий, До Мань Тунг// Вестник стипендиатов ДААД. – 2013. – №1 (10). - С. 12-17.
15. До Мань Тунг. Исследование влияния законов расстройки параметров на собственные колебания рабочих колес турбомашин/ До Мань Тунг, О.В. Репецкий, Буй Хай Данг// Материалы региональной научно-практической конференции «Современные проблемы и перспективы развития АПК». – 2014. – С. 96-103.
16. До Мань Тунг. Применение метода моделирования уменьшенного порядка для анализа колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров на основе метода конечных элементов/ До Мань Тунг, О.В. Репецкий// Сборник докладов VII Всероссийской научно-практической конференции «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов». – 2014. – С. 173-181.

Лицензия на издательскую деятельность

ЛР № 070444 от 11.03.98 г.

Подписано в печать 17 октября 2014 г.

Объем 1,0 печ. л. Тираж 100 экз.

Издательство ФГБОУ ВПО «Иркутская государственная сельскохозяйственная академия»
664038, Иркутская обл., Иркутский р-н, пос. Молодежный