

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный аграрный университет
имени А. А. Ежевского»

На правах рукописи

НГО ЗЮИ ДО

**ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО
ОБОРУДОВАНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ
КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

**Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор Краковский Ю.М.

Иркутск – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. НЕОБХОДИМОСТЬ КОМПЛЕКСНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНОГО ОБОРУДОВАНИЯ	11
1.1. Основные термины и определения теории надежности	11
1.2. Показатели надежности восстанавливаемых	15
и невосстанавливаемых объектов.....	15
1.3. Основные понятия численного вероятностного анализа.....	25
1.4. Метод компьютерного моделирования и его особенности	34
1.5. Обоснование цели и задач диссертационной работы	39
2. АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ	43
КОМПЛЕКСНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ.....	43
НАДЕЖНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ОБОРУДОВАНИЯ	43
2.1. Постановка задачи комплексного исследования показателей	43
надежности многокомпонентного оборудования.....	43
2.2. Вероятностные модели, предложенные для описания.....	48
компонент и оборудования	48
2.2.1 Описание выбранных распределений и алгоритмов.....	49
вычисления их параметров	49
2.2.2 Алгоритмы моделирования значений случайных величин	54
2.2.3 Частные вероятностные модели для описания времени.....	56
наработки многокомпонентного оборудования	56
2.3 Методы и вычислительные алгоритмы определения основных	59
показателей надежности многокомпонентного оборудования	59
2.3.1 Аналитический подход при вычислении основных.....	60
показателей надежности.....	60
2.3.2 Вычислительный алгоритм численной оценки	64
основных показателей надежности	64
2.4 Вычислительный алгоритм численной оценки дополнительных	67
показателей надежности многокомпонентного оборудования	67
2.4.1 Вычисление параметра потока отказов для вариантов <i>A</i> и <i>B</i>	67

2.4.2 Вычислительные алгоритмы определения дополнительных ...	73
показателей надежности для варианта <i>C</i>	73
2.5. Программный комплекс для исследования показателей	77
надежности многокомпонентного оборудования.....	77
Режим компьютерного моделирования.....	81
Режим испытания оборудования.....	89
2.6. Выводы по главе 2.....	90
3. АПРОБАЦИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО И ПРОГРАММНОГО	
ОБЕСПЕЧЕНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ	
НАДЕЖНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ОБОРУДОВАНИЯ	92
3.1. Типы вычислительных методов и исходные данные для	92
комплексного исследования показателей надежности	92
многокомпонентного оборудования	92
3.2. Исследование показателей надежности для режима.....	97
компьютерного моделирования при варианте <i>A</i>	97
3.3. Исследование показателей надежности многокомпонентного	
оборудования для варианта <i>B</i>	107
3.4. Исследование показателей надежности многокомпонентного	
оборудования для варианта <i>C</i>	114
3.5. Исследование показателей надежности оборудования для режима.	119
испытаний	119
3.6. Выводы по главе 3.....	126
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	128
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	130

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Теория надежности занимается вопросами расчетов, экспериментальных оценок, обеспечения и оптимизации надежности сложных систем, поэтому при решении вопросов надежности существенное значение имеет использование математических, статистических и компьютерных средств и технологий.

Развитие техники и технологий привело к созданию и совершенствованию методов и средств обеспечения надежного функционирования систем различного назначения, включая системы, имеющие структуру.

Теории надежности, включая терминологию и стандарты, математические вопросы и приложения, посвящена значительная литература. В этом направлении можно указать такие разделы:

технические системы [8, 11, 12, 27, 48, 49, 58, 60, 61, 80, 85, 87, 88, 99];

экономические системы [5, 6, 7, 39];

математические вопросы [9, 13, 15, 81, 92];

надежность программного обеспечения и автоматизированных систем [2, 16, 28, 30, 35, 36, 37, 65, 96, 100].

Среди отечественных и зарубежных специалистов, внесших существенный вклад в теорию надежности, можно отметить следующих: Барзилевич Е.Ю., Беляев Ю.К., Болотин В.В., Гнеденко Б.В., Дружинин Г.В., Каштанов В.А., Острейковский В.А., Ушаков И.А., Байхельт Ф., Богданофф Дж., Франкен П. и др.

Диссертационное исследование основано на базовой предпосылке структурной теории надежности о том, что более обосновано постулировать вероятностные модели о законах распределения времени наработки и восстановления компонент сложного оборудования, а не самого оборудования. Это связано с тем, что компоненты характеризуются единой элементной базой, единообразными техническими решениями, что и позволяет им иметь устойчивые вероятностные модели.

Далее, используя функциональные связи компонент, особенности их технического обслуживания и ремонта, средствами компьютерного моделирования создаются выборочные значения для времени наработки, восстановления и цикла относительно оборудования, как объекта.

Отметим отечественных и зарубежных специалистов, внесших вклад в развитие методов компьютерного (имитационного) моделирования, включая численный вероятностный анализ: Добронев Б.С., Ермаков С.М., Краковский Ю.М., Нейман В.Г., Попова О.А., Цвиркун А.Д., Цисарь И.Ф., Филиппов В.А., Кельтон В., Лоу А., Прицкер А. и др.

Полученные выборочные значения обрабатываются предложенными в диссертационном исследовании численными моделями, использующими вычислительные алгоритмы оценки основных и дополнительных показателей надежности восстанавливаемого оборудования. Эти вычислительные алгоритмы, как разновидность численного вероятностного анализа, являются научной новизной диссертации. Результаты диссертационного исследования изложены в работах автора [59, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79].

Учитывая значимость количественной оценки показателей надежности современного сложного многокомпонентного оборудования, предлагаемое диссертационное исследование является важной задачей при решении научных и прикладных вопросов, основанных на математическом моделировании, численных методах и комплексах программ.

Все выше сказанное обосновывает актуальность выбранной темы диссертационной работы и позволяет сформулировать ее цель и задачи.

Целью диссертационной работы является разработка численных моделей и вычислительных алгоритмов, а также реализация их в виде программного комплекса для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования на основе компьютерного моделирования.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Провести формализацию восстанавливаемого многокомпонентного оборудования, на основе которой разработать постановку и технологию

комплексного исследования его показателей надежности средствами численного вероятностного анализа.

2. Создать численные модели и вычислительные алгоритмы оценки показателей надежности многокомпонентного оборудования для различных вариантов его технического обслуживания по результатам вычислительного эксперимента на имитационной модели.

3. Разработать численные алгоритмы оценки показателей надежности оборудования на основе результатов его натуральных испытаний.

4. Создать программный комплекс, содержащий имитационную модель и реализующий разработанное алгоритмическое обеспечение для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования.

5. Провести комплексное исследование показателей надежности оборудования на основе компьютерного моделирования по различным исходным данным.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования в диссертационной работе является многокомпонентное восстанавливаемое оборудование различного назначения. Предмет диссертационного исследования – методы численного вероятностного анализа применительно к вычислению показателей надежности многокомпонентного восстанавливаемого оборудования на основе результатов его компьютерного моделирования.

Методы исследования и достоверность результатов. При решении поставленных задач в работе использованы методы математического и компьютерного моделирования, численные и вероятностно-статистические методы, а также методы объектно-ориентированного программирования. Для реализации программного обеспечения вычисления показателей надежности использовался язык программирования пакета MATLAB. Достоверность результатов, полученных в ходе проведения комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования на исходных данных различного объема, подтверждена их сравнением с фактическими, заранее

известными результатами, полученными в результате тестирования по типовым распределениям.

Научную новизну диссертации представляют следующие положения, которые выносятся на защиту:

1. Формализованное описание восстанавливаемого многокомпонентного оборудования, включающее технологию комплексного исследования показателей надежности средствами численного вероятностного анализа.

2. Численные алгоритмы, как разновидность численного вероятностного анализа, для оценки основных показателей надежности восстанавливаемого многокомпонентного оборудования по результатам его компьютерного моделирования.

3. Вычислительные алгоритмы, как разновидность численного вероятностного анализа, для оценки коэффициента оперативной готовности, параметра потока отказов и функции отказов восстанавливаемого многокомпонентного оборудования по результатам его компьютерного моделирования.

4. Программный комплекс исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования, учитывающий варианты его технического обслуживания, режимы получения статистических данных и реализующего разработанные численные модели и вычислительные алгоритмы.

Практическая значимость. Практическая значимость результатов исследования заключается в создании и применении численных моделей и вычислительных алгоритмов, а также реализация их в виде программного комплекса для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования на основе компьютерного моделирования. Созданный программный комплекс апробирован на различных исходных данных, характеризующих надежность многокомпонентного оборудования. Результаты диссертационной работы используются в учебном процессе о чем имеется справка о внедрении.

Разработанные алгоритмы и созданное на их основе программное обеспечение могут найти применение при решении практических задач в других предметных областях.

Апробация работы. Основные результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

- Региональная научно-практическая конференция «Современные проблемы и перспективы развития АПК» (Иркутск, 2014).
- VII Всероссийская научно-практическая конференция (с международным участием) «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов» (Томск, 2014).
- Международная научно-практическая конференция молодых ученых «Научные исследования и разработки к внедрению в АПК» (Иркутск, 2015).
- Международная научно-практическая конференция «Транспортная инфраструктура Сибирского региона» (Иркутск, 2015).
- Международная научно-практическая конференция «Современные научные достижения» (Чехия, Прага, 2016).

Результаты диссертационного исследования неоднократно докладывались на научных семинарах кафедры «Информатика и математическое моделирование» Иркутского государственного аграрного университета имени А. А. Ежевского.

Публикации. Результаты диссертационного исследования опубликованы в 11 научных работах, из них 5 статей в изданиях, входящих в перечень ВАК. Дополнительно имеется 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы из 112 наименований. Объем работы составляет 140 страниц, 48 рисунков и 10 таблиц.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационного исследования, сформулирована его цель и задачи, раскрыта научная новизна и практическая значимость полученных результатов, изложены основные научные

положения, выносимые на защиту, приведена структура и краткий обзор содержания работы.

В первой главе обоснована необходимость комплексного исследования показателей надежности сложного оборудования. Для этого:

- а) даны основные термины и определения теории надежности;
- б) приведены показатели надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов;
- в) даны основные понятия численного вероятностного анализа;
- г) описан метод компьютерного моделирования и его особенности;
- д) сформулированы цель и задачи диссертационной работы .

Во второй главе описано алгоритмическое и программное обеспечение комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования. При этом:

- а) приведена постановка задачи комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования;
- б) приведены вероятностные модели, предложенные для описания компонент и оборудования, включая алгоритмы вычисления параметров и значений случайных величин, а также частные вероятностные модели для описания времени наработки многокомпонентного оборудования;
- в) разработаны аналитические и численные методы, а также вычислительные алгоритмы определения основных показателей надежности многокомпонентного оборудования
- г) разработан вычислительный алгоритм численной оценки дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования, включая параметр потока отказов и восстановления, коэффициент оперативной готовности и др.;
- д) создан программный комплекс для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования для различных режимов и вариантов технического обслуживания;
- е) приведены выводы по главе 2.

В третьей главе приведена апробация созданного алгоритмического и программного обеспечения комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования. При этом:

а) созданы типы вычислительных методов и исходные данные для комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования;

б) проведено исследование показателей надежности для режима компьютерного моделирования при варианте *a* его технического обслуживания;

в) проведено исследование показателей надежности для режима компьютерного моделирования при варианте *b* его технического обслуживания;

г) проведено исследование показателей надежности для режима компьютерного моделирования при варианте *c* его технического обслуживания;

д) проведено исследование показателей надежности для режима испытаний;

е) приведены выводы по главе 3.

В заключении приведены результаты работы.

1. НЕОБХОДИМОСТЬ КОМПЛЕКСНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

1.1. Основные термины и определения теории надежности

Любое сложное оборудование подвержено в процессе его использования и эксплуатации различным случайным и неслучайным воздействиям. Это вызывает появление различных отказов, приводящих к нарушению производственных, технологических и информационных процессов, появляются затраты на восстановление и ремонт оборудования и объекты инфраструктуры.

Развитие техники и технологий привело к созданию и совершенствованию методов и средств обеспечения надежного функционирования систем различного назначения, включая системы, имеющие структуру. При решении вопросов надежности существенное значение имеет использование математических методов. Математическое обеспечение теории и практики надежности сложных объектов и систем имеет существенное значение на всех этапах их жизненного цикла.

Исследованию показателей надежности и техническому обслуживанию оборудования посвящена значительная по числу и многообразию литература. Отметим литературу по надежности и обслуживанию оборудования, посвященную: а) терминологии [23, 69], б) техническим системам [8, 11, 12, 27, 48, 49, 58, 60, 61, 80, 85, 87, 88, 99], в) экономическим системам [5, 6, 7, 39], г) математическим вопросам теории надежности [9, 13, 15, 81, 92, 101], д) надежности программного обеспечения и автоматизированных систем [2, 16, 28, 30, 35, 36, 37, 65, 96, 100, 103], е) железнодорожному транспорту [19, 53, 54, 55, 56, 57].

Ниже приведены основные термины и определения теории надежности, основанные на цитируемой литературе по терминологии [19, 23, 39, 47, 64, 69, 81]:

«*Надежность* определяется как свойство объекта выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования. Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость в отдельности или определенное сочетание этих свойств как для объекта, так и для его частей [23, 47, 81].

Безотказность – свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или некоторой наработки [19, 64].

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта [23, 81].

Ремонтпригодность – свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений и поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем проведения технического обслуживания и ремонтов [19, 23].

Сохраняемость – свойство объекта сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности в течение и после хранения и (или) транспортирования [23].

Объект – техническое изделие определенного целевого назначения, рассматриваемое в периоды проектирования, производства, испытаний и эксплуатации. Объектами могут быть различные системы и их элементы, в частности: сооружения, установки, технические изделия, устройства, машины, аппараты, приборы и их части, агрегаты и отдельные детали [69, 81]».

Состояние объекта включает исправность, неисправность, работоспособность и неработоспособность [23]:

«*исправность* – состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям, установленным нормативно-технической документацией (НТД);

неисправность – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований, установленных НТД [99];

работоспособность – состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения основных параметров в пределах, установленных НТД [23, 39];

неработоспособность – состояние объекта, при котором значение хотя бы одного заданного параметра характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям, установленным НТД».

Понятие исправность шире, чем понятие работоспособность [69, 81]: «Работоспособный объект в отличие от исправного удовлетворяет лишь тем требованиям НТД, которые обеспечивают его нормальное функционирование при выполнении поставленных задач. Работоспособность и неработоспособность в общем случае могут быть полными или частичными. Полностью работоспособный объект обеспечивает в определенных условиях максимальную эффективность его применения. Эффективность применения в этих же условиях частично работоспособного объекта меньше максимально возможной, но значения ее показателей при этом еще находятся в пределах, установленных для такого функционирования, которое считается нормальным. Частично неработоспособный объект может функционировать, но уровень эффективности при этом ниже допустимого. Полностью неработоспособный объект применять по назначению невозможно».

Понятия частичной работоспособности и частичной неработоспособности применяют главным образом к сложным системам, для которых характерна возможность нахождения в нескольких состояниях. Эти состояния различаются уровнями эффективности функционирования системы. Работоспособность и неработоспособность некоторых объектов могут быть полными, т.е. они могут иметь только два состояния [100].

Работоспособный объект в отличие от исправного обязан удовлетворять лишь тем требованиям НТД, выполнение которых обеспечивает нормальное применение объекта по назначению. При этом он может не удовлетворять,

например, эстетическим требованиям, если ухудшение внешнего вида объекта не препятствует его нормальному (эффективному) функционированию [96].

Продолжим базовые определения [23,81, 99, 100]:

«Наработка – продолжительность или объем работы объекта.

Наработка до отказа – наработка объекта от начала его эксплуатации до возникновения первого отказа.

Предельное состояние – состояние объекта, при котором его дальнейшее применение по назначению должно быть прекращено из-за неустранимого нарушения требований безопасности или неустранимого отклонения заданных параметров за установленные пределы, недопустимого увеличения эксплуатационных расходов или необходимости проведения капитального ремонта. Признаки (критерии) предельного состояния устанавливаются НТД на данный объект [19, 23].

Повреждение – событие, заключающееся в нарушении исправности объекта при сохранении его работоспособности.

Восстановление – процесс обнаружения и устранения отказа (повреждения) с целью восстановления его работоспособности (исправности).

Отказ – событие, заключающееся в нарушении работоспособности, т. е. в неработоспособное состояние.

Критерий отказа – Признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленные в нормативно технической и (или) конструкторской (проектной) документации. [23]».

Когда объект предназначен для выполнения нескольких функций, находят значения надежности по из функций. и другой оценивают свойство та - выполнять все от него Отказом считается хотя бы из функций независимо от - возникла ли ситуация, в которой требуется ение этой функции, или нет [81].

Понятие «отказ» является важнейшим в теории надежности. Рассмотрим более подробно характер возникновения отказов [39, 64, 99]:

«Внезапные отказы обычно проявляются в виде механических повреждений элементов (поломки, трещины, обрывы, изоляции и т. п.), чего эти часто -

называют Внезапные отказы получили свое из-за того, что отсутствуют - видимые их приближения, т. е. отказом обычно не удастся обнаружить количественные изменения характеристик [64].

Постепенные отказы (параметрические, плавные) связаны с износом деталей, старением материалов и разрегулированием устройств. Параметры объекта могут достигнуть значений, при его состоянии неудовлетворительным, т. е. ходит отказ [39, 99].

Внезапный отказ объекта также является следствием накопления необратимых изменений материалов. Иначе говоря, возникновение внезапного отказа также является следствием процесса изменения параметра объекта. Внезапным отказ кажется лишь потому, что не контролируется изменяющийся параметр, при значении которого отказ объекта, связанный с его повреждением [39]».

Таким образом, возникновению всякого отказа предшествует накопление - тех или иных внутри объекта (при конечно, не отказы, происшедшие - небрежности или работников).

1.2. Показатели надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов

Показатель надежности – характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта. Характеристикой надежности будем называть количественное значение показателя надежности конкретного изделия [69]. Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида объекта.

Основные показатели надежности можно разбить на две группы:

- показатели, характеризующие надежность невосстанавливаемых объектов;
- показатели, характеризующие надежность восстанавливаемых объектов.

Восстанавливаемый объект – объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа подлежит восстановлению в рассматриваемых условиях.

Невосстанавливаемый объект – объект, работоспособность которого в случае возникновения отказа не подлежит восстановлению в рассматриваемых условиях [28].

Невосстанавливаемый объект достигает предельного состояния при возникновении отказа или при достижении заранее установленного предельно допустимого значения срока службы или суммарной наработки, устанавливаемых из соображений безопасности эксплуатации. В связи с необратимым снижением эффективности использования ниже допустимой или в связи с увеличением интенсивности отказов, закономерным для объектов данного типа после установленного периода эксплуатации [81, 99].

Пусть наработка T является случайной величиной. Тогда, следуя теории вероятностей [34, 64, 108, 111], она описывается функцией распределения ($F(t)$), плотностью распределения вероятностей ($f(t)$) и числовыми характеристиками: математическим ожиданием (\bar{t}), дисперсией (D_t), среднеквадратическим значением (σ), коэффициентом вариации (k_v).

При определении закона распределения вероятностей для наработки используется два основных подхода:

1. Исходя из статистических данных, постулируется и обосновывается закон распределения вероятностей для наработки. Здесь, как правило, используются типовые законы: нормальный, гамма, Вейбулла и др.

2. Обосновывается модель изменения параметра технического состояния (ПТС) объекта, исходя из которой, аналитически выводится закон распределения вероятностей для наработки. Рассмотрим этот подход.

Учитывая влияние множества внешних и внутренних факторов на скорость изменения параметра технического состояния, функция $y(t)$, описывающая изменение ПТС во времени, является случайным процессом.

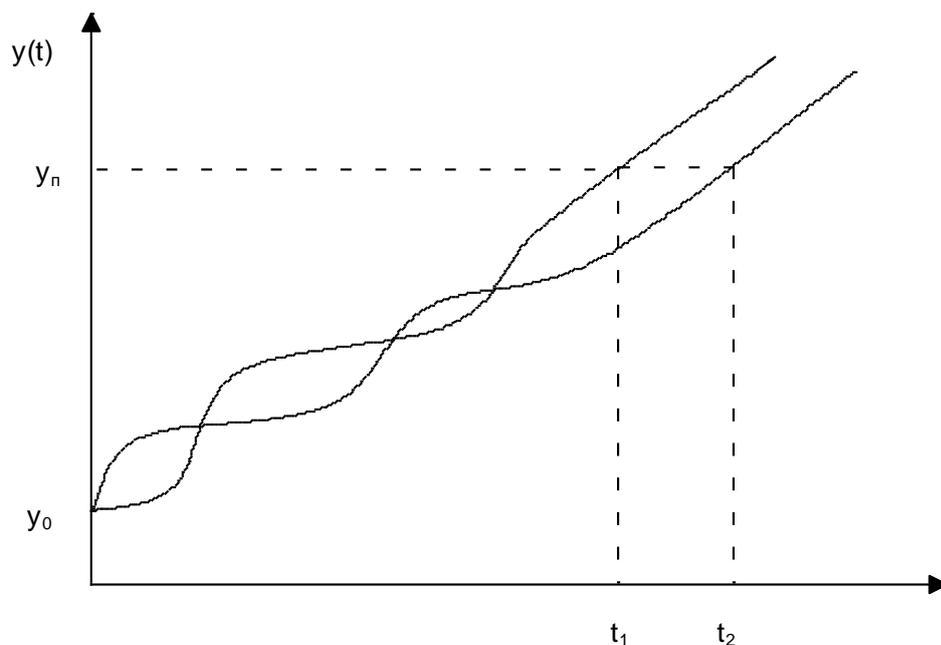


Рис. 1.1. Модель параметрического отказа

На рисунке 1.1 показано, что величина $y(t)$, изменяясь во времени от некоторого начального значения y_0 , достигает своего предельного значения y_n в момент t_i , $i=1, 2, \dots$. Время t_i в течение которого параметр изменяется от y_0 до y_n , является наработкой объекта по ПТС. Данный (рис. 1.1) характеризует модель параметрического отказа.

В общем случае рассматривают два множества значений $y(t)$: соответствующих работоспособному объекту и способному. Возникает задача: зная изменения $y(t)$, найти функцию распределения наработки $F(t)$ [47].

Рассмотрим несколько широко используемых моделей.

Обратное Гауссовское распределение [8, 48]

Показано, что обратное Гауссовское распределение моделирует время достижения уровня Y_n процессом деградации определяющего параметра $Y(t)$, который аппроксимируется винеровским процессом со сносом

$$Y(t) = Y_0 + \mu \cdot t - \sigma \cdot G_t, \quad \mu > 0, \quad (1.2.1)$$

где процесс $G_t \rightarrow N(0, \sqrt{t})$ имеет нормальный закон и является однородным с независимыми приращениями: $\alpha = \frac{Y_n - Y_0}{\sigma}$, $\beta = \frac{\mu}{\sigma}$.

Ниже приведены функция распределения, плотность распределения вероятностей и вероятность безотказной работы для этого распределения [48]:

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\beta t - \alpha}{\sqrt{t}}\right) + \exp(2\alpha\beta) \cdot \Phi\left(-\frac{\beta t + \alpha}{\sqrt{t}}\right), \quad t > 0, \quad (1.2.2)$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятности (2.2.2)

$$f(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi} \cdot t^3} \exp\left(-\frac{(\alpha - \beta t)^2}{2 \cdot t}\right), \quad t > 0;$$

$$P(t) = \Phi\left(\frac{\alpha - \beta t}{\sqrt{t}}\right) - \exp(2\alpha\beta) \cdot \Phi\left(-\frac{\beta t + \alpha}{\sqrt{t}}\right), \quad t > 0.$$

Интенсивность отказов ограничена, так как

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \frac{\beta^2}{2}.$$

Математическое ожидание, дисперсия и коэффициент вариации равны

$$\bar{t} = \frac{\alpha}{\beta}; \quad D_t = \frac{\alpha}{\beta^3}; \quad k_v = \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}}. \quad (1.2.3)$$

Отсюда оценки по методу моментов

$$\tilde{\beta} = \sqrt{\frac{\tilde{t}}{\tilde{D}_t}}; \quad \tilde{\alpha} = \tilde{\beta} \cdot \tilde{t}. \quad (1.2.4)$$

где \tilde{t} , \tilde{D}_t – оценки математического ожидания и дисперсии.

α - распределение [28, 48]

Рассмотрим процесс

$$V_t = V_0 + X_t, \quad (1.2.5)$$

где V_t – значение определяющего параметра в момент времени t ; V_0 – его значение в начальный момент времени; X_t – вероятностный процесс, описывающий изменение параметра.

Предположим, что

$$X_t = Z \cdot t, \quad (1.2.6)$$

где Z – случайная величина, описывающая среднюю скорость изменения параметра. Процесс (1.2.6) с учетом (1.2.5) называется веерной функцией. Если величина Z имеет усеченный нормальный закон, то наработка T будет иметь α -распределение [48] с плотностью

$$f(t) = \frac{k\alpha}{\sqrt{2\pi t^2}} \exp\left(-\frac{(\alpha/t - \beta)^2}{2}\right), \quad a < t < b, \quad (1.2.7)$$

где $\alpha = \Delta / \sigma_z$ – относительный запас по долговечности; $\beta = m_z / \sigma_z$ – коэффициент однородности скорости изменения параметра; $\Delta = V_n - V_o$; V_n – значение регулируемого параметра, по достижению которого мы фиксируем отказ; m_z, σ_z – параметры усеченного нормального закона; константа усечения

$$k = \frac{1}{\Phi\left(\frac{\alpha}{a} - \beta\right) - \Phi\left(\frac{\alpha}{b} - \beta\right)}, \quad (1.2.8)$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятности (2.2.2). Для веерной функции время наработки

$$T = \frac{\Delta}{Z}, \quad (1.2.9)$$

где $\Delta = V_n - V_o$.

Аппроксимация процесса V_t веерной функцией помимо α -распределения имеет различные модификации: 1) две границы допуска; 2) случайное значение уровня; 3) случайное значение начального значения; 4) величина Z имеет распределение, отличное от усеченного нормального закона и ряд других. Рассмотрим некоторые из этих модификаций.

U-распределение [48, 58]

Рассмотрим случай, когда величина Z имеет усеченный показательный закон

$$F_z(t) = k_z \cdot [\exp(-\alpha \cdot a) - \exp(-\alpha \cdot t)], \quad a < t < b, \quad (1.2.10)$$

где константа усечения

$$k_z = \frac{1}{\exp(-\alpha \cdot a) - \exp(-\alpha \cdot b)}.$$

Для распределения (1.2.10) учитывая (1.2.9), получен закон, который назван U -распределением [58]. Его функция распределения

$$F(t) = k \cdot \left[\exp\left(\frac{-u}{t}\right) - \exp\left(\frac{-u}{a}\right) \right], \quad a < t < b, \quad (1.2.11)$$

где константа усечения

$$k = \frac{1}{\exp\left(-\frac{u}{b}\right) - \exp\left(-\frac{u}{a}\right)},$$

а математическое ожидание

$$\bar{t} = k \cdot u \cdot \left[\ln\left(\frac{b}{a}\right) + \sum_i \frac{(-1)^i \cdot u^i}{i!} \cdot \left(\frac{1}{a^i} - \frac{1}{b^i}\right) \right]. \quad (1.2.12)$$

Число членов при суммировании по i в формуле (1.2.12) должно обеспечить требуемую точность.

В работе [58] показано, что для U -распределения (1.2.11) имеется область параметров $\left(\frac{u}{b}, \frac{u}{a}\right)$, в которой оно обладает свойством ВФИ-распределения, (ВФИ – возрастающая функция интенсивности (1.2.13)).

Для U -распределения функция интенсивности отказов имеет вид

$$\lambda(t) = \frac{u}{t^2 \cdot \left[\exp\left(\frac{u}{t} - \frac{u}{b}\right) - 1 \right]}. \quad (1.2.13)$$

Аналитическое описание области при $u > 0$, $b > a \geq 0$ следующее:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{u}{a} \leq 1, \quad \frac{u}{a} + \ln\left(1 - \frac{u}{2}\right) < \frac{u}{b} < \frac{u}{a}, \\ 1 < \frac{u}{a}, \quad 1 - \ln 2 < \frac{u}{b} < \frac{u}{a}. \end{array} \right.$$

Наличие области параметров, в которой функция интенсивности отказов возрастает, позволяет использовать U -распределение для описания «стареющих» элементов, которые реально и присутствуют на практике. Заметим, что α -распределение (1.2.7) таким свойством не обладает.

Показатели надежности

В теории надежности важным показателем является вероятность безотказной работы (вероятность того, что до времени t отказ объекта не произойдет)

$$P(t) = \text{Вер}(t > T) = 1 - F(t), \quad (1.2.14)$$

а для невосстанавливаемых объектов добавляется интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (1.2.15)$$

Интенсивность отказов есть условная плотность распределения вероятностей возникновения отказа невосстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Функция распределения, плотностью распределения вероятностей, вероятность безотказной работы и интенсивность отказов связаны между собой

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dF(t)}{dt}, \quad F(t) = \int_0^t f(t)dt, \quad P(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt. \quad (1.2.16)$$

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы связаны между собой следующим образом

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t)dt\right). \quad (1.2.17)$$

Для восстанавливаемых объектов переход в предельное состояние определяется наступлением момента, когда дальнейшая эксплуатация невозможна или нецелесообразна вследствие следующих причин [39]:

- становится невозможным поддержание его безопасности, безотказности или эффективности на минимально допустимом уровне;

- в результате изнашивания и (или) старения объект пришел в такое состояние, при котором ремонт требует недопустимо больших затрат или не обеспечивает необходимой степени восстановления исправности или ресурса.

Для некоторых восстанавливаемых объектов предельным состоянием считается такое, когда необходимое восстановление исправности может быть осуществлено только с помощью капитального ремонта. Для восстанавливаемых объектов характерно чередование работоспособного состояния и восстановления работоспособности после отказа [8]. Таким образом, процесс эксплуатации объекта можно представить как последовательное чередование интервалов времени работоспособного t_{Hi} (время наработки) и неработоспособного состояний t_{Bi} (времени восстановления) (рис. 1.2): $Z(t)$ – случайный процесс, описывающий состояние объекта, z_i – момент времени, когда объект восстанавливается после $(i-1)$ -го отказа.

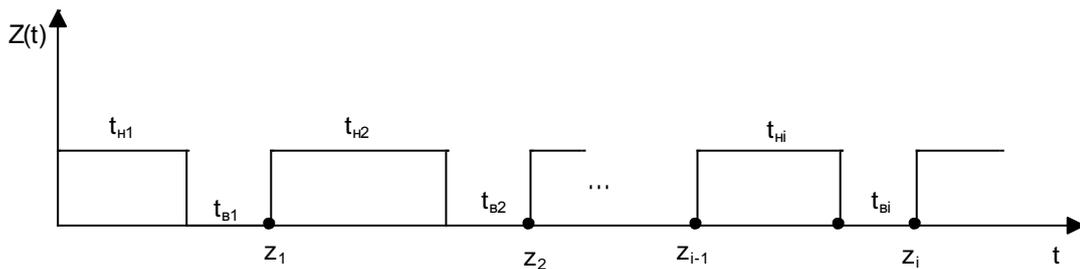


Рис 1.2. Процесс эксплуатации объекта

Для восстанавливаемых объектов важным показателем надежности является коэффициент готовности (вероятность того, что объект находится в работоспособном состоянии в произвольный момент времени)

$$Q_0 = \frac{\bar{t}_n}{\bar{t}_n + \bar{t}_g}, \quad (1.2.18)$$

где \bar{t}_n – среднее время наработки на отказ; \bar{t}_g – среднее время восстановления.

Более общим показателем является функция готовности, которая для показательных распределений времен наработки и восстановления имеет вид [8, 28]

$$P_r(t) = Q_0(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad (1.2.19)$$

$$P_r(t) = Q_0(t) = Q_0 + (1 - Q_0) e^{-\frac{t}{Q_0 \bar{t}_e}}$$

где $\lambda = \frac{1}{\bar{t}_n}$; $\mu = \frac{1}{\bar{t}_e}$.

Используются и другие показатели надежности для восстанавливаемых объектов, которые будут рассмотрены во второй главе.

Определение показателей надежности по статистическим данным

На практике по статистическим данным находят оценки показателей надежности.

Рассмотрим следующую модель испытаний невосстанавливаемых объектов (рис. 1.3). На испытании находится N объектов. В результате испытаний часть из них за время t отказали. В результате проведенного испытания получается выборка наработок

$$T = (t_1, \dots, t_i, \dots, t_n). \quad (1.2.20)$$

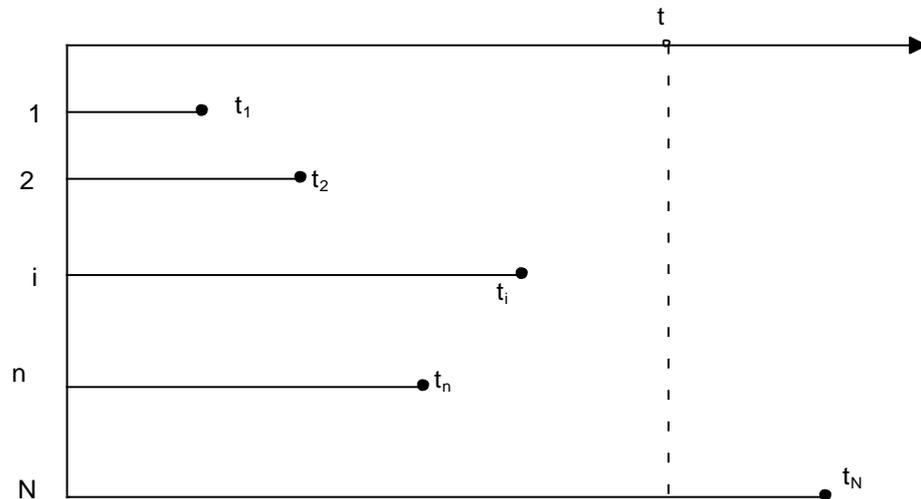


Рис 1.3. Модель испытаний невосстанавливаемых объектов

Далее осуществляется обработка выборочных значений (1.2.20) статистическими методами [1, 14, 18, 46, 63, 90, 106, 109].

Оценкой вероятности безотказной работы по статистическим данным об

отказах является величина

$$\tilde{P}(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (1.2.21)$$

где $n(t)$ – количество объектов, отказавших к моменту времени t , при их исходном количестве N . При большом числе объектов N статистическая оценка $\tilde{P}(t)$ практически совпадает с вероятностью безотказной работы $P(t)$.

Оценкой функции распределения наработки является относительная частота (эмпирическая функция распределения)

$$\tilde{F}(t) = \frac{n(t)}{N}. \quad (1.2.22)$$

Доказано, что величина (1.2.22) является несмещенной и состоятельной оценкой функции распределения $F(t)$.

В результате длительных испытаний все объекты отказывают, t_N – время, когда откажет последний объект, поэтому $n=N$.

Оценкой плотности распределения вероятностей времени наработки является величина

$$\tilde{f}(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}; \quad \Delta t = \frac{t_N}{k}, \quad (1.2.23)$$

$$\Delta t \cdot (j-1) < t \leq \Delta t \cdot j, \quad j = \overline{1, k}. \quad (1.2.24)$$

Здесь $\Delta n(t)$ – число отказавших объектов для времени t , удовлетворяющего условию (1.2.24); Δt – длина интервала. Если для j -го интервала величину $\Delta n(t)$ обозначить Δn_j , то $\sum_{j=1}^k \Delta n_j = N$; k – число интервалов.

Оценкой интенсивности отказов является величина

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{\tilde{f}(t)}{\tilde{P}(t)} = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot (N - n(t))}, \quad (1.2.25)$$

где $\tilde{f}(t)$, $\tilde{P}(t)$ определяются по формуле (1.2.23) и (1.2.21).

По статистическим данным об отказах средняя наработка вычисляется по формуле

$$\tilde{t}_0 = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n}, \quad (1.2.26)$$

где t_i – время наработки i -го объекта (1.2.20), n – число отказавших объектов.

Предметом диссертационной работы является разработка численных вычислительных алгоритмов для оценки показателя надежности восстанавливаемых объектов по различным статистическим данным. Эти алгоритмы являются новизной работы и описаны во второй главе.

1.3. Основные понятия численного вероятностного анализа

При подготовке этого параграфа использованы материалы работ [25, 26, 83, 105]. Приведем следующее определение численного вероятностного анализа [26]: «численный вероятностный анализ это раздел вычислительной математики, предметом которого является решение задач со стохастическими неопределенностями в данных с использованием численных операций над плотностями вероятностей случайных величин и их функций».

Необходимость создания подобных численных операций во многом связано с тем, что в практических задачах, включая вопросы теории надежности, требуется знать вероятностные характеристики для функционально преобразованных случайных величин или для многомерных случайных величин.

Пусть имеется непрерывная случайная величина X с плотностью распределения вероятностей $f(x)$. Другая случайная величина Y связана с ней функциональной зависимостью

$$Y = \varphi(X). \quad (1.3.1)$$

Тогда плотность распределения случайной величины Y выражается формулой

$$g(y) = f(\varphi^{-1}(y)) \cdot \left| \frac{d(\varphi^{-1}(y))}{dy} \right|, \quad (1.3.2)$$

где $\varphi^{-1}(y)$ – функция, обратная к функции φ .

Если функция (1.3.1) немонотонная, то обратная функция неоднозначна, и плотность распределения случайной величины (1.3.2) определяется суммы слагаемых.

Для создания законов распределения функций от случайных аргументов используется понятие гистограммной переменной и разрабатываются численные процедуры гистограммной арифметики [102]. Идея гистограммного подхода заключается в следующем: наряду с общими представлениями случайных величин своими плотностями в виде непрерывных функций, можно рассматривать случайные величины, плотность распределения которых представляет гистограмму.

Представим виды функций плотности вероятности случайных величин, над которыми могут осуществляться арифметические операции.

Дискретные случайные величины. Дискретная случайная величина ξ принимает значения x_1, x_2, \dots, x_n и существует такая функция $f(x)$, значение которой в каждой точке x_i есть вероятность того, что случайная величина ξ примет значение x_i .

Гистограммы. Гистограммой называется случайная величина, плотность распределения которой представлена кусочно-постоянной функцией. Гистограмма P определяется сеткой $\{x_i | i = 0, \dots, n\}$, на каждом отрезке $[x_{i-1}, x_i], i = 1, \dots, n$ гистограмма принимает постоянное значение p_i .

Интервальные гистограммы. Зачастую в прикладных задачах нет возможности получить точную функцию распределения случайной величины. В таких случаях задаются оценки плотности распределения сверху и снизу. Такие оценки удобно аппроксимировать интервальными гистограммами. Гистограмму будем называть интервальной, если ее функция распределения $P(x)$ – кусочно-интервальная функция.

Гистограммы второго порядка. В случае эпистемической неопределённости наряду с интервальными гистограммами возможно использование

гистограмм второго порядка, т. е. таких гистограмм, каждый столбец которой — гистограмма [104].

Кусочно-линейные функции. Кусочно-линейные функции также могут рассматриваться как инструмент аппроксимации функции плотности распределения случайной величины. Кусочно-линейной называется непрерывная функция, линейная на каждом отрезке $[x_{i-1}, x_i]$, $i = 1, \dots, n$.

Сплайны. Под сплайном s будем понимать кусочно-полиномиальную функцию. Сплайны имеют многочисленные применения в силу своих аппроксимационных свойств как в математической теории, так и в разнообразных вычислительных приложениях. Будем рассматривать случайные величины плотность вероятности которых аппроксимируется сплайном.

Аналитически заданные плотности вероятности. Рассматриваются случайные величины, плотность распределения которых задана аналитически.

Обозначим, через R — множество $\{X\}$ случайных величин, заданных своими плотностями вероятности f_x , соответственно R^n — пространство случайных векторов.

Пусть имеется система непрерывных случайных величин (x_1, x_2, \dots, x_n) с плотностью распределения $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Случайная величина y связана с (x_1, x_2, \dots, x_n) функциональной зависимостью

$$y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.3.3)$$

Тогда функция распределения F_y для случайной величины y

$$F_y(z) = P(y < z) = \int_{\Omega_z} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n, \quad (1.3.4)$$

где $\Omega_z = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) < z\}$. В тех случаях, когда это возможно дифференцируя F_y можно получить плотность вероятности для y

$$\frac{dF_y(z)}{dz} = f_y(z).$$

Плотность вероятности f_y будем называть вероятностным расширением функции f .

Полагая $\varphi(x_1, x_2) = x_1 \otimes x_2$; $\otimes \in \{+, -, \cdot, /\}$ можно получить аналитические формулы для определения плотности вероятности результатов арифметических действий над случайными величинами. Например, для нахождения плотности вероятности $f_{x_1+x_2}$ суммы двух случайных величин $x_1 + x_2$ используется соотношение [8, 83]

$$f_{x_1+x_2} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-v, v)dv = \int_{-\infty}^{+\infty} f(v, x-v)dv. \quad (1.3.5)$$

Для нахождения плотности вероятности f_{x_1/x_2} частного двух случайных величин x_1/x_2

$$f_{x_1/x_2} = \int_0^{\infty} v f(xv, v)dv - \int_0^{\infty} v f(v, xv)dv. \quad (1.3.6)$$

Плотность вероятности $f_{x_1 \cdot x_2}$ произведения двух случайных величин $x_1 x_2$ определяется соотношением

$$f_{x_1 \cdot x_2} = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{v} f\left(\frac{x}{v}, v\right)dv - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{v} f\left(v, \frac{x}{v}\right)dv. \quad (1.3.7)$$

В качестве примера рассмотрим арифметические операции над гистограммными переменными. Реализация арифметических операций основана на работе с $f(x, y)$ – совместной плотностью вероятности двух случайных величин x, y . Пусть p_z – гистограмма, приближающая плотность вероятности, арифметической операции над двумя случайными величинами $x_1 \otimes x_2$, где $\otimes \in \{+, -, \cdot, /\}$. Тогда значение гистограммы на интервале (z_i, z_{i+1}) определяется по формуле [83]

$$p_i = \int_{\Omega_i} \frac{f(x, y)}{z_{i+1} - z_i} dx dy, \quad (1.3.8)$$

где $\Omega_i = \{(x, y) \mid z_i \leq x \otimes y < z_{i+1}\}$.

Рассмотренный выше подход обобщается на случай большего числа переменных. Пусть требуется найти гистограмму p_z суммы

$$z = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n$$

и пусть $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – плотность распределения вероятностей случайного вектора (x_1, x_2, \dots, x_n) . Тогда вероятность попадания z в интервал (z_i, z_{i+1}) соответственно равна

$$P(z_i < z < z_{i+1}) = \int_{\Omega_i} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

где $\Omega_i = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid z_i < a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + \dots + a_n \cdot x_n < z_{i+1}\}$, p_{z_i} имеет вид

$$p_{z_i} = \int_{\Omega_i} \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{z_{i+1} - z_i} dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

Рассмотрим задачу определения закона распределения функции нескольких случайных аргументов.

Пусть $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – рациональная функция, тогда для вычисления гистограммы F заменим арифметические операции на гистограммные, а переменные x_1, x_2, \dots, x_n – их гистограммными значениями. Полученную гистограмму F в работе [25] называют естественным гистограммным расширением. Это расширение аппроксимирует вероятностное расширение с точностью $O(h)$ [25].

Применение численного вероятностного анализа в теории надежности

Рассмотрим применение численного вероятностного анализа к вопросам теории надежности, используя результаты работы [83].

Для оценки интенсивности отказов используются методы численного моделирования. В случае модели надежности (1.2.17), необходимо также определить функцию $\lambda(t)$.

Пусть, вектор $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ – поток отказов, полученный эмпирическим путём в процессе эксплуатации аналога или отдельного блока оборудования ответственного назначения. Тогда для $\lambda(t)$ имеет место соотношение

$$-\ln(z_i) = \int_0^{\xi_i} \lambda(\xi) d\xi,$$

где $z_i = P(\xi_i)$. Поскольку истинные значения z_i не известны, для построения оценок интенсивности отказов заменим $z_i = P(\xi_i)$ их математическими ожиданиями $M(z_i)$. Заметим, в векторе (z_1, z_2, \dots, z_n) все компоненты z_i – равномерно распределенные величины на отрезке $[0, 1]$ и $z_1 < z_2 < \dots < z_n$. В этом случае $M(z_i) = \frac{i}{n+1}$ и точки $\left(\xi_i, \frac{i}{n+1}\right)$, $i = \overline{1, n}$ лежат на эмпирической функции распределения.

Для нахождения оценок $\lambda(t)$ будем использовать метод наименьших квадратов, суть которого состоит в следующем: пусть $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ – линейно независимые функции. Тогда из условия

$$\Phi(a_1, a_2, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n \left(z_i - \sum_{j=1}^m a_j \varphi_j(\xi_i) \right)^2 \rightarrow \min,$$

получим

$$A \cdot \bar{a} = b, \tag{1.3.9}$$

где $A = (a_{ij})_n$ – матрица Грамма, $b = (b_i)_n$, $a_{ij} = \langle \varphi_i, \varphi_j \rangle$, $b_i = \langle z, \varphi_i \rangle$.

Здесь $\langle x, y \rangle$ – скалярное произведение векторов

$$\langle x, y \rangle = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n.$$

Используя вместо z_i их совместные плотности вероятностей, можно построить вероятностные расширения для $\lambda(t)$.

Пусть f_z – совместная плотность распределения вектора (z_1, z_2, \dots, z_n) . Тогда используя численный вероятностный анализ, строим оценки плотности

вероятности для компонент вектора (1.3.9) \bar{a} , в результате чего, получаем вероятностное расширение $\lambda(t)$.

Модельный пример [83]. Пусть дана повторная выборка наработок на отказ {0,0155; 0,0389; 0,2855; 0,5318; 0,7412; 1,0118; 1,1267; 1,2327; 1,8594}.

Предположим, что $\lambda(t)$ имеет вид: $\lambda(t) = a_0 + a_2 \cdot x^2$, тогда, учитывая (1.2.17),

$$P(t) = \exp\left(-\int_0^t (a_0 + a_2 \cdot x^2) dx\right), \quad (1.3.10)$$

где $a_0 = 1$, $a_2 = 0,3$. Используя метод наименьших квадратов и полагая

$z_i = \frac{i}{n+1}$, $\varphi_1 = 1$, $\varphi_2 = x^2$, были получены следующие оценки: $\tilde{a}_0 = 0,95$, $\tilde{a}_2 = 0,323$.

Если заменить z_i на их совместную функцию плотности вероятностей и использовать численный вероятностный анализ, получаем гистограммные оценки функции плотности вероятностей для \tilde{a}_0 , \tilde{a}_2 (рис. 1.4, 1.5).

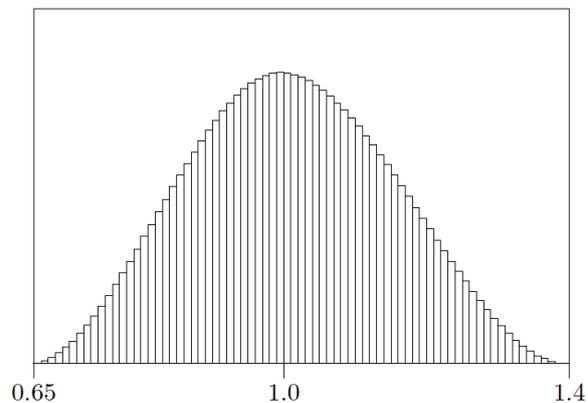


Рис. 1.4. Гистограммное представление оценки \tilde{a}_0

Полученные оценки плотности вероятности для a_0 , a_2 и вероятностные расширения, можно вычислить оценку плотности вероятности для случайной функции $P(t)$.

Подставляя в выражение для $\lambda(t)$ гистограммные оценки коэффициентов \tilde{a}_0, \tilde{a}_2 , можно получить все множество возможных значений интенсивности отказов $\lambda(t)$. Используя численный вероятностный анализ, можно вычислить гистограммную оценку значений $P(t)$ (1.3.10) в любой момент времени. На рисунке 1.6 приведена гистограммная оценка $P(t)$ в момент времени $t = 1$.

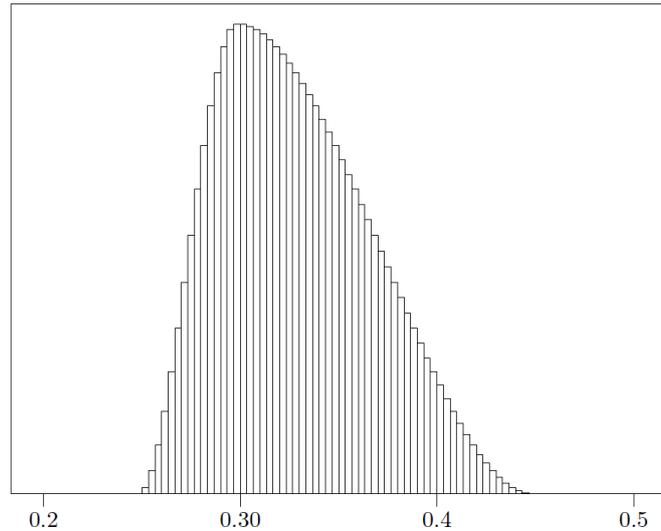


Рис. 1.5. Гистограммное представление оценки \tilde{a}_2

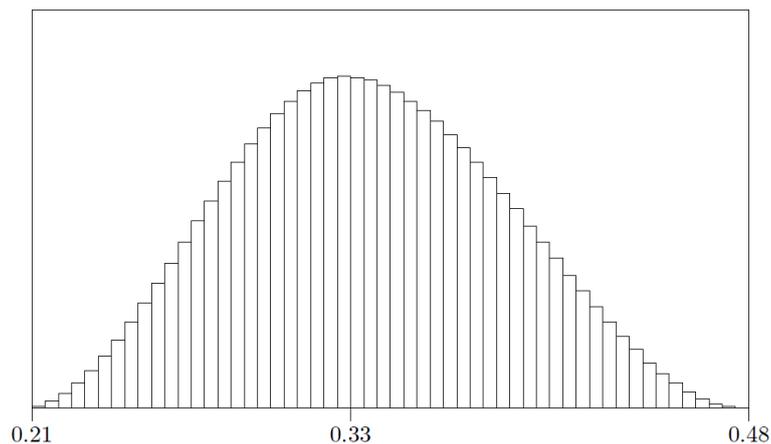


Рис. 1.6. Гистограммное представление оценки $P(t)$

Рассмотрим подход, основанный на сглаживании эмпирической функции распределения (1.3.9). В работе [83] для сглаживания эмпирической функции

распределения предложено использовать кубические сплайны Эрмита s . Функционал для сглаживания можно записать в виде [83]

$$\Phi(z) = \sum_{i=1}^n \left(s(x_i) - \frac{i}{n} \right)^2 + \alpha \|s''\|^2, \quad ,$$

где α – параметр сглаживания, $\|\cdot\|$ – евклидова норма.

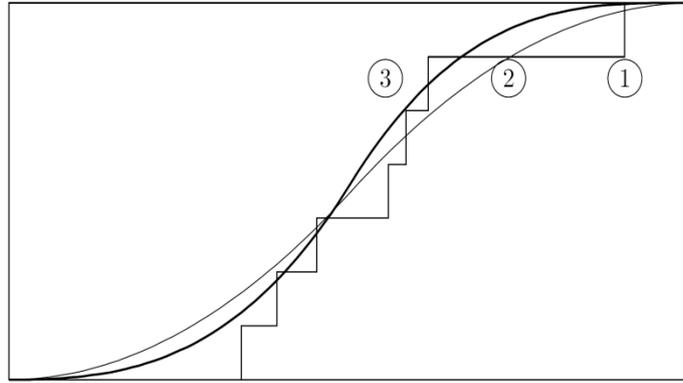


Рис. 1.7. Сглаживание эмпирической функции распределения

На рисунке 1.7 представлен пример сглаживания эмпирической функции распределения по выборке x_1, x_2, \dots, x_n , $n = 7$, распределенной по треугольному закону на отрезке $[0; 2]$, с вершиной в точке $(1; 1)$. Цифрами представлены соответственно: 3 – эрмитовый сплайн, представляющий сглаженную функцию распределения; 2 – точная функция распределения; 1 – эмпирическая функция распределения. Учитывая малый объем выборки, погрешность достаточно большая.

В данной диссертационной работе показатели надежности сложных объектов оцениваются с применением компьютерного моделирования. При этом автор согласен с замечанием, приведенным в работе [26], в которой проведено сравнение численных операций над гистограммными переменными с методом Монте-Карло (результаты сравнения записаны в таблице 4.1 [26]).

При сравнении рассмотрена задача сложения четырех случайных величин, равномерно распределенных на интервале $(0, 1)$. В результате тестирования с различным числом интервалов в гистограмме и различным объемом выборки для

метода Монте-Карло, показано, что гистограммная арифметика эффективней метода Монте-Карло примерно в 100-1000 раз [26, 109, 110].

С другой стороны в настоящий момент, учитывая эффективность алгоритмов моделирования случайных величин с произвольной функцией распределения и высокую производительность компьютеров, имеется возможность моделировать десятки и сотни миллионов значений случайных величин, обеспечивая нужную точность метода Монте-Карло.

Выше сказанное является обоснованием возможности применения численного вероятностного анализа на основе компьютерного моделирования для оценки показателей надежности сложного оборудования.

1.4. Метод компьютерного моделирования и его особенности

При проектировании и исследовании сложных систем большое применение имеет разновидность математического моделирования, которую называют компьютерным или имитационным моделированием [31, 40, 42, 43, 44, 52, 65, 67, 71, 82, 84, 94, 95, 98] .

Имитационное моделирование может применяться в самых различных сферах деятельности. Ниже приведен список основных задач , использующих имитационное моделирование [44, 94]:

- 1) анализ и проектирование производственно-технологических систем;
- 2) оценка проектов, основанных на моделях теории массового обслуживания, например: центров обработки заказов, производственных объектов, больниц, отделений связи;
- 3) оценка требований к материально-техническому обеспечению производственных процессов;
- 4) анализ технологии в системах управления запасами и различных финансовых и экономических систем;
- 5) проектирование и анализ работы транспортных систем, например: дорожных узлов, аэропортов, морских портов и др.;

б) определение требований к оборудованию и протоколам сетей связи.

Определим метод имитационного моделирования в самом общем виде как экспериментальный метод исследования реальной системы по ее имитационной модели, который сочетает особенности экспериментального подхода и специфические условия использования вычислительной техники.

В этом определении подчеркивается, что имитационное моделирование является машинным методом моделирования, собственно без ЭВМ никогда не существовало, и только развитие информационных технологий привело к становлению этого вида компьютерного моделирования. В этом определении также акцентируется внимание на экспериментальной природе имитации, применяется имитационный метод исследования (осуществляется экспериментирование с моделью). Действительно, в имитационном моделировании важную роль играет не только проведение, но и планирование эксперимента на модели. Однако это определение не проясняет, что собой представляет сама имитационная модель.

В процессе имитационного моделирования (рис. 1.8) исследователь имеет дело с четырьмя основными элементами [65]:

- Реальная система;
- Логико-математическая модель моделируемого объекта;
- Имитационная (машинная) модель;
- ЭВМ, на которой осуществляется имитация – направленный вычислительный эксперимент.

Исследователь изучает реальную систему, разрабатывает логико-математическую модель системы. Имитационный характер исследования предполагает наличие логико- или логико-математических моделей, описываемых изучаемый процесс [65].

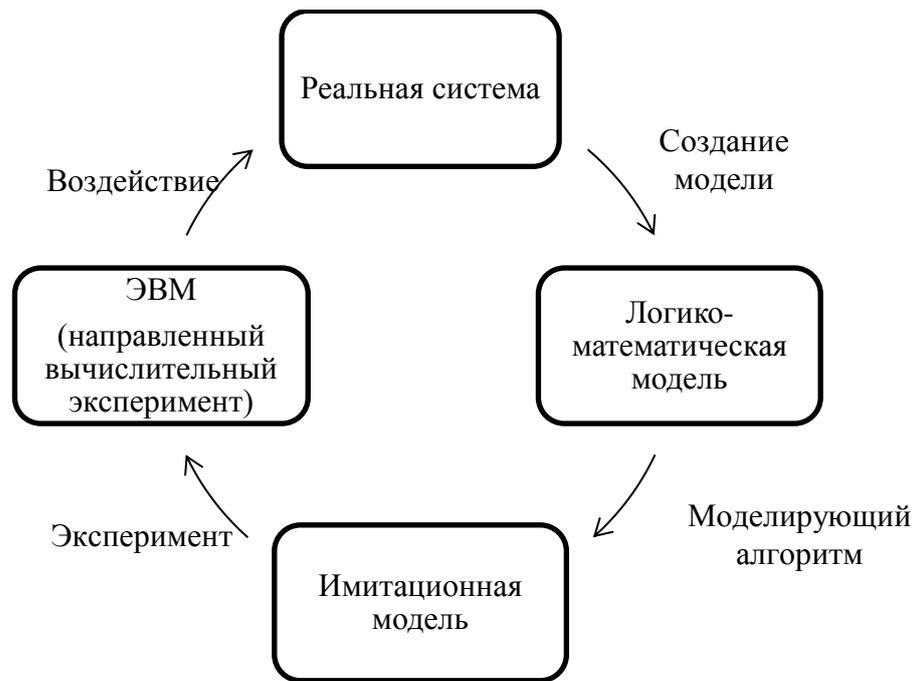


Рис. 1.8. Процесс имитационного исследования

При компьютерном моделировании моделью, с которой проводятся эксперименты для изучения системы, является моделирующая программа для ЭВМ [50]. С этой точки зрения компьютерное и имитационное моделирование являются синонимами. Важным преимуществом компьютерного моделирования по отношению к аналитическим методам является то, что оно является численным, поэтому ему присущи преимущества и недостатки этого класса методов.

Различают динамическую и статическую имитацию.

Статическую имитацию называют методом Монте-Карло или методом статистических испытаний. В работе [40] моделирование по методу Монте-Карло определяется «как процедура, в которой используются случайные числа. Такая процедура предназначена для решения стохастических и детерминированных задач, в которых время не играет особой роли».

В методе Монте-Карло в результате многократного прогона моделирующей программы создаются по исследуемым показателям выборочные значения, которые затем обрабатываются вероятностно-статистическими методами [46]. При численном вероятностном анализе, когда надо исследовать показатели случайной величины, зависящей от других случайных величин, достаточно

эффективно можно использовать метод Монте-Карло. Но при этом надо обосновать вероятностные модели этих исходных случайных величин. Классическое применение метода Монте-Карло приведено, например, в работах [49, 50, 51, 52, 62].

При динамической имитации исследуют поведение системы во времени, при этом осуществляется продвижение системного времени из одного состояния в другое. Как правило, для этого используется инструмент, называемый «Календарь событий» [84]. Этот подход используется при создании моделирующей программы при исследовании многокомпонентного оборудования. Именно это направление в работе называется компьютерным моделированием.

При решении задач методом компьютерного моделирования имеется необходимость получать выборочные значения случайной величины с известной функций распределения. Если известна функция распределения $F(x)$, то алгоритм моделирования случайной величины получается из уравнения [40, 84]

$$F(x) = r, \quad r \rightarrow R(0; 1), \quad (1.4.1)$$

где r – значения псевдослучайной величины равномерно распределенной на интервале $(0; 1)$.

На рисунке 1.9 показаны этапы, описывающие технологию компьютерного моделирования исследуемого объекта: X – исходная информация по объекту. При исследовании на основе компьютерного моделирования эти этапы не только выполняются последовательно, но и возможны возвраты на предыдущие этапы.

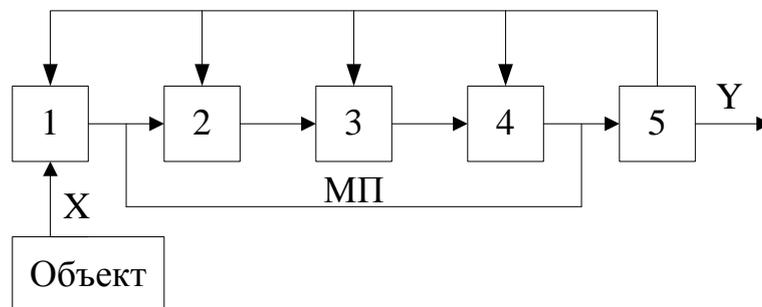


Рис. 1.9. Этапы, описывающие технологию компьютерного моделирования

Опишем кратко эти этапы [84, 98]:

1. Формулировка цели и задач исследования объекта. Компьютерное моделирование отвечает на вопрос: «Что будет, если?» (какие получатся результаты для выбранных исходных данных).

2. Создание концептуальной модели. Это весьма ответственный этап, т.к. на концептуальном уровне осуществляется переход от исследуемого объекта к формализованной его модели. Один из основных вопросов: обеспечить адекватность между концептуальной моделью и исследуемым объектом.

3. Создание алгоритмической модели. На этом этапе описываются алгоритмы вычисления показателей эффективности, алгоритмы моделирования используемых случайностей, реализующих условия неопределенности, а также необходимо описать технологию обработки статистических данных, полученных в результате компьютерного моделирования.

4. Создание моделирующей программы и ее проверка. В специальной литературе по компьютерному моделированию имеются рекомендации по методам и средствам проверки адекватности моделирующей программы.

5. Планирование компьютерных экспериментов, вычислительные расчеты и анализ полученных данных, Y – результаты моделирования. На этом этапе реализуется цель и задачи исследования, сформулированные на первом этапе.

Важнейшим вопросом компьютерного моделирования является определение времени моделирования или определение объема выборки для достоверной оценки исследуемых показателей. В этом случае можно использовать методы множественного ранжирования [43, 52].

Методы множественного ранжирования предполагают независимость наблюдений как внутри совокупностей (выборок), так и между выборками. Дополнительно предполагается, что выборки получены из нормальных генеральных совокупностей.

На практике используется один из методов множественного ранжирования – метод Бехгофера и Блюменталя (ББ) [43, 52]. Выбрать наилучший вариант по

методу ББ означает определить номер j с вероятностью p_0 при заданном отклонении δ_0 , то есть обеспечить вероятность правильного выбора ($Pв$) (1.4.2)

$$P(Pв / b \geq \delta_0) \geq p_0, \quad (1.4.2)$$

где p_0 – заданная вероятность правильного выбора; b – разность между наилучшим вариантом и следующим за ним [52]. Далее вычисляется статистика специального вида Z_n и проверяется условие

$$Z_n \leq \frac{1 - p_0}{p_0}. \quad (1.4.3)$$

Если условие (1.4.3) выполняется, то объем выборки n в методе компьютерного моделирования достаточен, иначе этот объем необходимо увеличить. Следует подчеркнуть, что для увеличения точности оценки показателя на один порядок необходимо объем выборки увеличить на два порядка. Это является недостатком компьютерного моделирования, который был отмечен в предыдущем параграфе (при сравнении численных операций над гистограммными переменными с методом Монте-Карло).

Но подчеркнем еще раз, что учитывая эффективность алгоритмов моделирования случайных величин с произвольной функцией распределения и высокую производительность компьютеров, в настоящее время имеется возможность моделировать десятки и сотни миллионов значений случайных величин за приемлемое время, обеспечивая высокую эффективность компьютерного моделирования.

Проведенный анализ возможностей компьютерного моделирования позволяет рекомендовать его для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования.

1.5. Обоснование цели и задач диссертационной работы

Как отмечалось выше, формальным объектом, который изучается в теории надежности, является сложная система различного назначения. Объектом

изучения в диссертационной работе является формализованное многокомпонентное восстанавливаемое оборудование различного назначения. Любое сложное оборудование подвержено в процессе его использования и эксплуатации различным воздействиям, приводящим к появлению отказов, к нарушению производственных, технологических и информационных процессов. Это, в свою очередь, приводит к увеличению затрат на восстановление и ремонт оборудования, обосновывает необходимость развития и совершенствования методов расчета его показателей надежности.

Теория надежности занимается вопросами расчетов, экспериментальных оценок, обеспечения и оптимизации надежности сложных систем, поэтому при решении вопросов надежности существенное значение имеет использование математических, статистических и компьютерных средств и технологий. Базовые понятия и определения теории надежности приведены в параграфе 1.1. Основные показатели надежности и методы их вычисления в параграфе 1.2.

В последнее время активно развиваются методы численного вероятностного анализа, рассмотренные в параграфе 1.3.

Это позволяет сформулировать предмет диссертационного исследования – разработка методов численного вероятностного анализа применительно к вычислению показателей надежности многокомпонентного восстанавливаемого оборудования на основе результатов его компьютерного моделирования. Анализ возможностей компьютерного моделирования и обоснование его применения для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования проведено в параграфе 1.4.

Диссертационное исследование основано на базовой предпосылке структурной теории надежности о том, что более обосновано постулировать вероятностные модели о законах распределения времени наработки и восстановления компонент сложного оборудования, а не самого оборудования. Далее, используя функциональные связи компонент и особенности их технического обслуживания и ремонта, средствами компьютерного моделирования создаются выборочные

значения для времени наработки, восстановления и цикла относительно оборудования, как объекта.

Полученные выборочные значения обрабатываются предложенными в диссертационном исследовании численными моделями, использующими вычислительные алгоритмы оценки основных и дополнительных показателей надежности восстанавливаемого оборудования. Эти вычислительные алгоритмы, как разновидность численного вероятностного анализа, являются научной новизной диссертации. Результаты диссертационного исследования изложены в работах автора [59, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79].

Учитывая важность количественной оценки показателей надежности современного сложного многокомпонентного оборудования, предлагаемое диссертационное исследование является важной задачей при решении научных и прикладных вопросов, основанных на математическом моделировании, численных методах и комплексах программ.

Все выше сказанное обосновывает цель и задачи диссертационного исследования.

Целью диссертационной работы является разработка численных моделей и вычислительных алгоритмов, а также реализация их в виде программного комплекса для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования на основе компьютерного моделирования.

Для реализации поставленной цели необходимо решить следующие *задачи*:

1. Провести формализацию многокомпонентного оборудования на основе которой разработать постановку и технологию комплексного исследование показателей надежности средствами численного вероятностного анализа.

2. Создать численные модели и вычислительные алгоритмы оценки показателей надежности многокомпонентного оборудования для различных вариантов его технического обслуживания по результатам вычислительного эксперимента на имитационной модели.

3. Разработать численные модели оценки показателей надежности оборудования на основе результатов его натурных испытаний.

4. Создать программный комплекс, содержащий имитационную модель и реализующий разработанное алгоритмическое обеспечение для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования.

5. Провести комплексное исследование показателей надежности оборудования на основе компьютерного моделирования по различным исходным данным.

2. АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

2.1. Постановка задачи комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования

Современные методы моделирования отказов механических систем, использующие информационный подход, ориентированы, в основном, на моделирование физических процессов, происходящих в элементах системы, и процессов развития событий, порождающих отказы, которые обусловлены структурой системы. В основу моделей положены классические представления о механизмах возникновения отказов с точки зрения теории надежности [11, 13, 15, 48, 53, 58].

В данной работе исследуются показатели надежности восстанавливаемых объектов. Объектом исследования является высокотехнологическое оборудование, содержащее I компонент, i – номер компоненты. Данный объект исследуется средствами компьютерного моделирования (режим компьютерного моделирования). Многокомпонентное оборудование рассматривается как совокупность последовательно соединенных компонент. Отказ любой из компонент приводит к отказу оборудования в целом. Восстановление отказанной компоненты приводит к восстановлению оборудования.

Примером высокотехнологического оборудования является, например, мехатронная система, как совокупность последовательно соединенных с точки зрения ее надежности компонент (рис. 2.1): механическая, электрическая, различные приводы (электромагнитные, пневмогидравлические и др.), а также подсистема управления, содержащая программно-технические средства и датчики различного назначения [12, 69, 70, 107].

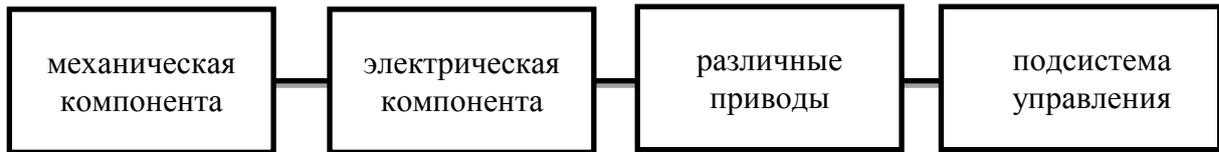


Рис. 2.1. Структура многокомпонентного оборудования

В соответствии с особенностями технического обслуживания (ремонтных работ) компонент, выделим среди восстанавливаемого оборудования три варианта, различающиеся показателями и методами оценки показателей надежности (рис.

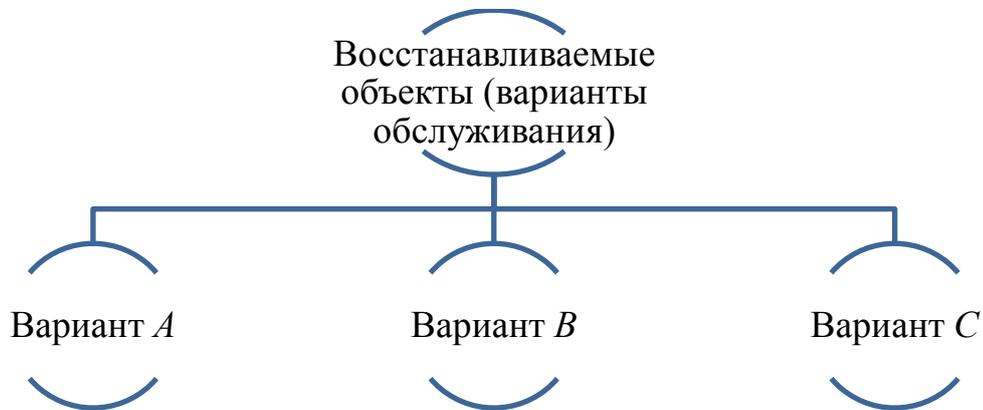


Рис. 2.2. Варианты восстанавливаемого оборудования с точки зрения его технического обслуживания

Вариант *А*: при отказе оборудования происходит восстановление только отказавшей компоненты, временем восстановления можно пренебречь (считаем, что среднее время восстановления любой компоненты значительно меньше среднего времени ее наработки). В этом случае многокомпонентное оборудование характеризуется временем его наработки [8].

Вариант *В*: при отказе оборудования происходит восстановление всех компонент, временем восстановления можно пренебречь (считаем, что суммарное среднее время восстановления компонент значительно меньше среднего времени любой наработки). В этом случае многокомпонентное оборудование характеризуется временем его наработки [8, 27, 81].

Вариант С: при отказе оборудования происходит восстановление всех компонент, время восстановления учитывается (считаем, что суммарное среднее время восстановления компонент соизмеримо меньше среднего времени любой наработки и его надо учитывать). В этом случае многокомпонентное оборудование характеризуется временем его наработки, восстановления и цикла, как суммы наработки и восстановления после каждого отказа [8, 48].

Дополнительно рассмотрен режим испытания оборудования, когда для оценки показателей надежности используются не результаты компьютерного моделирования, а результаты натурных испытаний оборудования.

Разделим показатели надежности на две группы:

- 1) основные, которые присущи оборудованию не зависимо от варианта обслуживания;
- 2) дополнительные, которые зависят от варианта обслуживания.

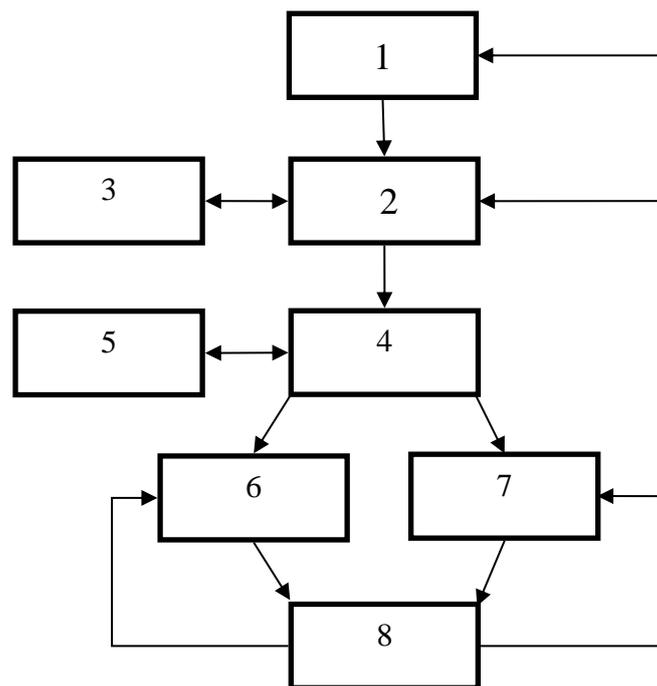


Рис 2.3. Структурная схема задачи комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования

Особенностью рассматриваемого в работе подхода является то, что предложены и исследованы вычислительные алгоритмы вычисления показателей надежности, основанные на результатах компьютерного моделирования

многокомпонентного оборудования. Эти алгоритмы рассматриваются как разновидность методов численного вероятностного анализа, описанного в параграфе 1.3. разработанные алгоритмы изложены в работах автора [74, 75, 76, 78, 79].

На рисунке 2.3 представлена структурная схема задачи комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования

Дадим ее описание.

1. Выбор варианта технического обслуживания: A , B или C (рис. 2.2).
2. Ввод исходных данных. Первоначально вводятся общие данные: I – число компонент, n – число моделируемых отказов.

Далее для вариантов A и B по каждой компоненте выбирается из списка функция распределения для наработки ($F_i(t)$) и вводятся значения числовых характеристик – математического ожидания (\bar{t}_i) и коэффициента вариации ($k_{vi}^{\#}$). Для варианта C дополнительно по каждой компоненте необходимо выбрать из списка функцию распределения для восстановления ($G_i(t)$) и задать значения числовых характеристик – математического ожидания (\bar{t}_{ei}) и коэффициента вариации ($k_{vi}^{\#}$). Выбор коэффициента вариации обусловлен тем, что в отличие от среднеквадратического значения он является безразмерной величиной (0,2; 0,5 и т.д.), поэтому его легче задавать в том случае, когда отсутствуют статистические данные. Рекомендуемые функции распределения приведены в параграфе 2.2 на основе литературных рекомендаций [11, 48, 49, 61, 80].

3. Вычисление параметров. Алгоритмы моделирования случайных величин зависят от параметров (α, β) , которые в работе предлагается вычислять исходя из значений числовых характеристик методом моментов

$$(\bar{t}_i, k_{vi}^{\#}) \rightarrow (\alpha_i, \beta_i). \quad (2.1.1)$$

Алгоритмы (2.1.1) для выбранных распределений приведены в параграфе 2.2.1.

4. Имитационная модель для создания выборочных значений.

Для вариантов A и B результатом компьютерного моделирования является выборка наработок многокомпонентного оборудования объема n

$$T_{A,B} = (t_1, \dots, t_q, \dots, t_n). \quad (2.1.2)$$

Для варианта C результатом компьютерного моделирования являются выборка наработок (T_C), времени восстановления (V_C) и времени цикла (Z_C) многокомпонентного оборудования объема n

$$T_C = (t_{n1}, \dots, t_{nq}, \dots, t_{nn}); \quad V_C = (t_{e1}, \dots, t_{eq}, \dots, t_{en}); \quad (2.1.3)$$

$$Z_C = (t_{c1}, \dots, t_{cq}, \dots, t_{cn}), \quad t_{cq} = t_{nq} + t_{eq}, \quad q = \overline{1, n}. \quad (2.1.4)$$

Для каждой выборки необходимо определить точечную (\tilde{t}) и интервальную (t_1, t_2) оценки [63]

$$\tilde{t} = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n t_q; \quad t_1 = \tilde{t} - \delta; \quad t_2 = \tilde{t} + \delta, \quad (2.1.5)$$

где

$$\delta = \frac{z_\gamma \cdot s}{\sqrt{n}}; \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^n t_q^2 - n \cdot \tilde{t}^2}{n-1}}, \quad (2.1.6)$$

здесь z_γ – квантиль нормированного нормального распределения (при $\gamma = 0,95$, $z_\gamma = 1,96$), s – оценка среднеквадратического отклонения [24].

5. Моделирование значений случайных величин. При реализации имитационной модели используются значения случайных величин. Алгоритмы моделирования случайных величин для выбранных распределений приведены в параграфе 2.2.2. Они взяты из литературных источников [40, 84, 103, 105].

6. Вычисление основных показателей надежности.

Как уже отмечалось, к основным отнесены показатели надежности общие для всех вариантов технического обслуживания (A, B, C). Эти показатели оценивают ресурс (наработку) оборудования и остаточный ресурс.

Учитывая литературные рекомендации [8, 9, 11, 28, 47, 48, 99], к основным показателям надежности отнесем:

- среднюю наработку;
- гамма-процентный ресурс;
- средний остаточный ресурс;
- гамма-процентный остаточный ресурс.

Их более подробное описание, а также вычислительные алгоритмы численной оценки этих показателей по результатам компьютерного моделирования приведены в параграфе 2.3.

7. Дополнительные показатели надежности. Для вариантов *A* и *B* дополнительным показателем надежности является параметр потока отказов, а для варианта *C* – параметр потока восстановления, коэффициент оперативной готовности и коэффициент готовности. Описание этих показателей и вычислительные алгоритмы численной их оценки по результатам компьютерного моделирования приведены в параграфе 2.4.

8. Комплексное исследование показателей надежности. Исследование показателей надежности многокомпонентного оборудования является комплексным, т.к. имеется возможность изменять следующие факторы: 1) варианты технического обслуживания; 2) исходные данные, включая число компонент; 3) выбирать показатели надежности (основные или дополнительные); 4) выбирать методы оценки показателей надежности (аналитические или численные). Для проведения комплексного исследования показателей надежности создано программное обеспечение, описанное в параграфе 2.5. Результаты комплексного исследования приведены в главе 3.

2.2. Вероятностные модели, предложенные для описания компонент и оборудования

В технологии компьютерного моделирования надежности оборудования и его компонент, когда наработки и время восстановления являются случайными величинами, используются следующие функции, характеристики и алгоритмы [8, 27, 48, 65]:

а) функция распределения ($F(t)$), плотность распределения вероятностей ($f(t)$), интенсивность отказов ($\lambda(t)$), вероятность безотказной работы ($P(t)$);

б) математическое ожидание (\bar{t}), дисперсия (D_t), среднеквадратическое отклонение (σ), коэффициент вариации (k_v);

в) алгоритмы вычисления параметров распределений по значениям числовых характеристик. При этом возможны различные подходы, нами будет использован метод моментов [9, 45, 46, 94];

г) алгоритмы моделирования значений случайных величин в зависимости от выбранной функции распределения.

В работе предложено использовать распределения, широко используемые на практике [1, 8, 13, 19, 48]:

- 1) нормальное на интервале $(-\infty; +\infty)$;
- 2) усеченное нормальное на интервале $(0; +\infty)$;
- 3) логарифмически нормальное;
- 4) Вейбулла;
- 5) Бирнбаума-Саундерса;
- 6) Гамма.

Приведем их описание.

2.2.1 Описание выбранных распределений и алгоритмов вычисления их параметров

1) Нормальное распределение $-N(\bar{t}, \sigma)$, $-\infty < t < \infty$, $\sigma > 0$ [78]

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp(-(x - \bar{t})^2 / 2\sigma^2) dx = \Phi[(t - \bar{t}) / \sigma], \quad (2.2.1)$$

где $\Phi(t)$ – интеграл вероятности

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp(-x^2 / 2) dx ; \quad (2.2.2)$$

$$P(t) = 1 - F(t) = \Phi[(\bar{t} - t)/\sigma]; \quad (2.2.3)$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp[(\bar{t} - t)/2\sigma]; \quad (2.2.4)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (2.2.5)$$

где $f(t)$ – (2.2.4), $P(t)$ – (2.2.3);

$$k_v = \sigma/\bar{t}. \quad (2.2.6)$$

Учитывая (2.2.6), значение параметров по методу моментов

$$\alpha = \bar{t}; \quad \beta = \sigma = k_v \bar{t}. \quad (2.2.7)$$

2) Усеченное нормальное распределение – $UN(\alpha, \beta)$, $\beta > 0$ [101]

$$F(t) = k\{\Phi[(t - \alpha)/\beta] - \Phi[-\alpha/\beta]\}, \quad t > 0, \quad (2.2.8)$$

где коэффициент нормировки

$$k = [1 - \Phi(-\alpha/\beta)]^{-1} = 1/\Phi(\alpha/\beta); \quad (2.2.9)$$

здесь $\Phi(t)$ – функция (2.2.2);

α , β^2 – математическое ожидание и дисперсия нормального закона;

$$P(t) = k\{1 - \Phi[(t - \alpha)/\beta]\}, \quad t > 0; \quad (2.2.10)$$

$$f(t) = \frac{k}{\beta\sqrt{2\pi}} \exp[-(t - \alpha)^2/2\beta^2], \quad t > 0; \quad (2.2.11)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (2.2.12)$$

где $f(t)$ – (2.2.11), $P(t)$ – (2.2.10);

$$\bar{t} = \alpha + \frac{k\beta}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\alpha^2/2\beta^2); \quad D_t = \beta^2 - \bar{t}^2 + \alpha\bar{t}; \quad (2.2.13)$$

$$k_v = \sigma/\bar{t}. \quad (2.2.14)$$

Решая систему уравнения (2.2.13), получим значения параметров (α , β) по методу моментов.

3) Логнормальное распределение – $Ln(\alpha, \beta)$, $\beta > 0$ [29,64]

Если $Y = \ln X$ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием α и дисперсией β^2 , то случайная величина X имеет $Ln(\alpha, \beta)$ – распределение:

$$F(t) = \Phi[(\ln t - \alpha) / \beta], \quad t > 0, \quad (2.2.15)$$

где $\Phi(t)$ – функция (2.2.2);

$$P(t) = 1 - F(t); \quad (2.2.16)$$

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(\ln t - \alpha)^2 / 2\beta^2]; \quad (2.2.17)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (2.2.18)$$

где $f(t)$ – (2.2.17), $P(t)$ – (2.2.16);

$$\bar{t} = \exp(\alpha + \beta^2 / 2); \quad D_t = \exp(2\alpha + \beta^2)[\exp(\beta^2) - 1]; \quad (2.2.19)$$

$$k_v = \exp(\alpha)[\exp(\beta^2) - 1]. \quad (2.2.20)$$

Решая (2.2.19) с учетом (2.2.20), получим значения параметров (α, β) по методу моментов

$$\alpha = \ln \bar{t} - \beta^2 / 2; \quad \beta = \sqrt{\ln(1 + k_v^2)}. \quad (2.2.21)$$

4) Распределение Вейбулла – $W(\alpha, \beta)$, $\alpha, \beta > 0$ [22, 48]

$$F(t) = 1 - \exp[-(t/\beta)^\alpha], \quad t > 0, \quad (2.2.22)$$

где α – параметр формы; β – параметр масштаба;

$$P(t) = 1 - F(t) = \exp[-(t/\beta)^\alpha]; \quad (2.2.23)$$

$$f(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp[-(t/\beta)^\alpha]; \quad (2.2.24)$$

$$\lambda(t) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1}; \quad (2.2.25)$$

$$\bar{t} = \beta \Gamma(1/\alpha + 1); \quad D_t = \beta^2 [\Gamma(2/\alpha + 1) - \Gamma^2(1/\alpha + 1)]; \quad (2.2.26)$$

$$k_v = \frac{\sqrt{\Gamma(\frac{2}{\alpha} + 1) - \Gamma^2(\frac{1}{\alpha} + 1)}}{\Gamma(\frac{1}{\alpha} + 1)}, \quad (2.2.27)$$

где $\Gamma(x+1)$ – гамма-функция ; $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$; $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$.

Параметр формы α находится из уравнения (2.2.27), а параметр масштаба

$$\beta = \bar{t} / \Gamma(1/\alpha + 1). \quad (2.2.28)$$

При $\alpha > 1$ распределение Вейбулла является ВФИ-распределением (распределением с возрастающей функцией интенсивности) $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \infty$. При $\alpha = 1$ распределение Вейбулла становится показательным (экспоненциальным) распределением с параметром $\lambda = 1/\beta$, $\lambda > 0$.

Для показательного распределения

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t), \quad t > 0; \quad (2.2.29)$$

$$P(t) = \exp(-\lambda t), \quad t > 0; \quad (2.2.30)$$

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t), \quad t > 0; \quad (2.2.31)$$

$$\lambda(t) = \lambda; \quad (2.2.32)$$

$$\bar{t} = 1/\lambda; \quad D_t = 1/\lambda^2; \quad k_v = 1. \quad (2.2.33)$$

Решая (2.2.33), получим значение параметра по методу моментов

$$\lambda = 1/\bar{t}. \quad (2.2.34)$$

5) *Распределение Бирнбаума-Саундерса* $BS(\alpha, \beta)$ [47]

$$F(t) = \Phi[(\beta t - \alpha)/\sqrt{t}]; \quad (2.2.35)$$

$$P(t) = \Phi[(\alpha - \beta t)/\sqrt{t}]; \quad (2.2.36)$$

где $\Phi(x)$ – функция (2.2.2);

$$f(t) = \frac{\beta x + \alpha}{2\sqrt{2\pi t^3}} \exp[-(\alpha - \beta t)^2 / 2t], \quad t > 0; \quad (2.2.37)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (2.2.38)$$

где $f(t)$ – (2.2.37), $P(t)$ – (2.2.36);

$$\bar{t} = \alpha / \beta + 1/2\beta^2 ; D_t = \alpha / \beta^3 + 5/4\beta^4 ; . \quad (2.2.39)$$

$$k_v = \sqrt{D_x / \bar{t}} . \quad (2.2.40)$$

Решая (2.2.39) с учетом (2.2.40), получим значение (α, β) параметров по методу моментов

$$\beta = \frac{1}{k_v} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 3k_v^2}}{2\bar{x}}} ; \alpha = \beta\bar{x} - 0,5 / \beta . \quad (2.2.41)$$

б) *Распределение Гамма* $G(\alpha, \beta)$ [29]

$$F(t) = \Gamma_{\beta t}(\alpha) / \Gamma(\alpha) ; P(x) = \frac{\Gamma(\alpha) - \Gamma_{\beta t}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)}, t > 0, \quad (2.2.42)$$

где $\Gamma(\alpha)$ – Гамма-функция

$$\Gamma_{\beta t}(\alpha) = \int_0^{\beta t} x^{\alpha-1} \exp(-x) dx ; \quad (2.2.43)$$

$$f(t) = \beta \frac{(\beta t)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp(-\beta t), t > 0; \quad (2.2.44)$$

$$\lambda(t) = \frac{\beta(\beta t)^{\alpha-1} \exp(-\beta t)}{\Gamma(\alpha) - \Gamma_{\beta t}(\alpha)} ; \quad (2.2.45)$$

$$\bar{t} = \alpha / \beta ; D_t = \alpha / \beta^2 ; \quad (2.2.46)$$

$$k_v = 1 / \sqrt{\alpha} . \quad (2.2.47)$$

Решая (2.2.46) с учетом (2.2.47), получим значение параметров (α, β) по методу моментов

$$\alpha = 1 / k_v^2 ; \beta = \alpha / \bar{t} . \quad (2.2.48)$$

При $\alpha = 1, 2, \dots, n$ гамма-распределение называют распределением Эрланга α -го порядка, для которого α – число слагаемых независимых случайных величин, имеющих показательное распределение с параметром β . Поэтому при $\alpha = 1$ гамма-распределение является показательным с параметром β .

При $\alpha > 1$ распределение гамма является ВФИ-распределением $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \beta$.

2.2.2 Алгоритмы моделирования значений случайных величин

Алгоритм моделирования значений случайных величин является решением уравнения [31, 40, 84]

$$F(t) = r, \quad r \rightarrow R(0,1). \quad (2.2.49)$$

Помимо данного подхода используются и другие, например, использование центральной предельной теоремы.

1) *Нормальное распределение (N):*

$$t = \alpha + \beta z, \quad (2.2.50)$$

где z – значение нормированной нормально распределенной случайной величины, $N(0,1)$. Для этой величины предлагается алгоритм, основанный на центральной предельной теореме:

$$z = \sum_{i=1}^{12} r_i - 6. \quad (2.2.51)$$

2) *Усеченное нормальное распределение (UN)*

Моделирование значений случайных величин для усеченного нормального распределения проведем в два этапа.

Первый этап: моделирование случайных величин по алгоритму (2.2.50);

Второй этап: проверка полученного значения; если оно меньше нуля, то повторяем первый этап.

Алгоритм моделирования случайных величин для усеченного нормального распределения

$$t = \alpha + \beta z, \quad 0 < t < \infty. \quad (2.2.52)$$

3) *Логнормальное распределение (Ln)*

$$t = \exp(y), \quad y \rightarrow N(\alpha, \beta). \quad (2.2.53)$$

4) *Распределения Вейбулла (W)*

$$t = \beta(-\ln(r))^{1/\alpha}. \quad (2.2.54)$$

5) *Распределение Бирнбаума-Саундерса (BS)*

$$t = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\beta} \right)^2 + \frac{z}{\beta} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{1}{4} \left(\frac{z}{\beta} \right)^2}, \quad z \rightarrow N(0,1). \quad (2.2.55)$$

При моделировании величины $z \rightarrow N(0,1)$ рекомендуется алгоритм (2.2.51).

б) *Распределение Гамма (G)*

При моделировании возможны три случая:

а) $0 < \alpha < 1$:

$$a = r_1^{1/\alpha}; b = r_2^{1/(1-\alpha)}; c = a + b.$$

Если $c \leq 1$, то $d = a/c$,

$$t = \frac{-d \ln(r_3)}{\beta}. \quad (2.2.56)$$

Иначе повторяют моделирование r_1 и r_2 .

б) $1 \leq \alpha < 5$:

$[\alpha]$ – целая часть α ;

$$a = [\alpha]; b = \alpha - a; c = -(\alpha/a) \ln \prod_{i=1}^a r_i.$$

Если $r_{a+1} > (c/\alpha)^b \exp(-b(c/\alpha - 1))$, то пересчитать c , иначе:

$$t = c/\beta. \quad (2.2.57)$$

в) $\alpha \leq 5$; $a = [\alpha]$; $b = \alpha - a$, если $r_1 \geq b$, то

$$t = -\ln \prod_{i=1}^a r_i / \beta, \quad (2.2.58)$$

иначе

$$t = -\ln \prod_{i=1}^{a+1} r_i / \beta. \quad (2.2.59)$$

Для распределения Эрланга алгоритм вычисления значений имеет вид

$$t = -\ln \left[\prod_{i=1}^{\alpha} r_i \right] / \beta. \quad (2.2.60)$$

Для показательного распределения

$$t = -\ln(r) / \lambda. \quad (2.2.61)$$

2.2.3 Частные вероятностные модели для описания времени наработки многокомпонентного оборудования

В параграфе 2.1 выделено три варианта (*A*, *B*, *C*) технического обслуживания компонент многокомпонентного оборудования, влияющих на закон распределения времени наработки многокомпонентного оборудования.

При варианте *A* восстанавливается лишь отказавшая компонента. В этом случае поток отказов многокомпонентного оборудования (МО) является результатом наложения потоков отказов компонент $(1, \dots, i, \dots, I)$ (рис. 2.4). Величины t_1, t_2, \dots – образуют выборку наработок оборудования (2.1.2).

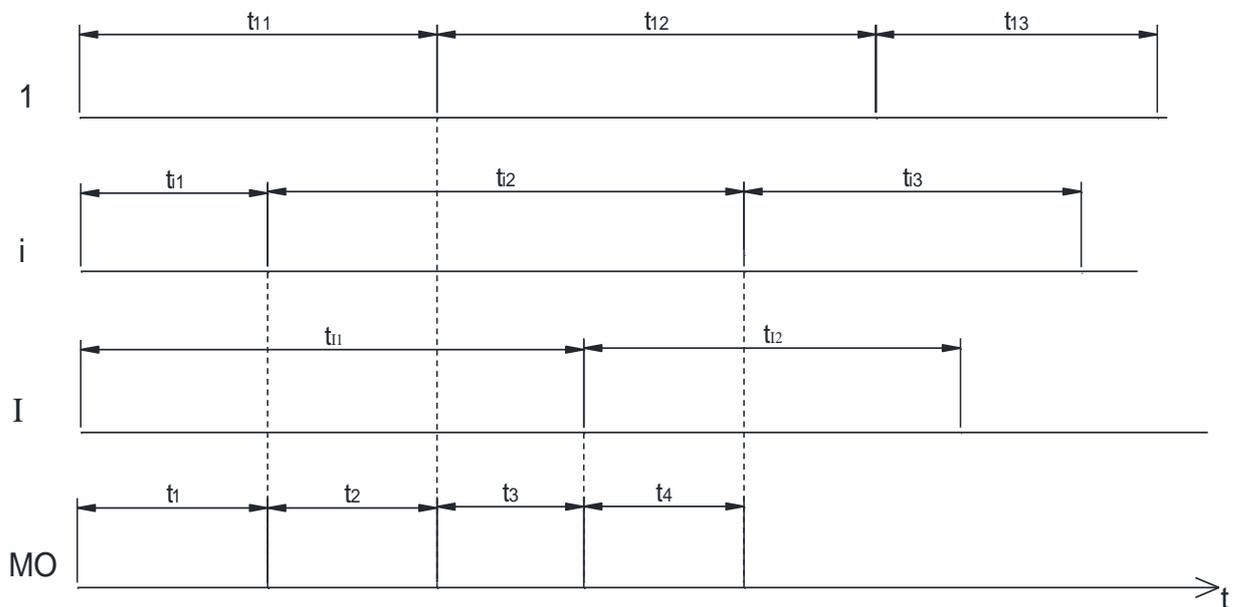


Рис. 2.4. Процесс наложения потоков

Если число компонент достаточно большое, то время наработки многокомпонентного оборудования можно описать показательным законом с плотностью (2.2.31) [28].

В работе при ограниченном числе компонент (4-6) предложено использовать две модели:

- а) двухпараметрический линейный закон;
- б) двухпараметрический усеченный показательный закон.

Приведем для этих законов функцию распределения, вероятность безотказной работы, плотность распределения вероятностей, числовые характеристики, технологию определения параметров и алгоритм моделирования.

Двухпараметрический линейный закон

$$F(t) = \frac{(1+a)t}{b} - \frac{at^2}{b^2}; 0 \leq t < b; 0 \leq a \leq 1; \quad (2.2.62)$$

$$P(t) = \frac{(b-t)(b-at)}{b^2}; 0 \leq t < b; 0 \leq a \leq 1; \quad (2.2.63)$$

$$f(t) = \frac{1+a}{b} - \frac{2at}{b^2}; 0 \leq t < b; 0 \leq a \leq 1. \quad (2.2.64)$$

Числовые характеристики для распределения (2.2.64) равны

$$\bar{t} = \frac{b(3-a)}{6}; D_t = \frac{b^2(3-a^2)}{36}; \quad (2.2.65)$$

$$k_v = \sqrt{D_t} / \bar{t} = \frac{\sqrt{3-a^2}}{3-a}. \quad (2.2.66)$$

Зная значение коэффициента вариации (2.2.66), найдем значение параметра a ,

$$a = \frac{3k_v^2 - \sqrt{3-6k_v^2}}{1+k_v^2}. \quad (2.2.67)$$

Получив значение a и зная математическое ожидание (2.2.65), найдем значение параметра b ,

$$b = \frac{6\bar{t}}{(3-a)}. \quad (2.2.68)$$

Зная (2.2.62) и решая уравнение (2.2.49), найдем алгоритм моделирования значений случайной величины, имеющей двухпараметрический линейный закон:

$$t = \frac{b(1+a - \sqrt{(1+a)^2 - 4ar})}{2a}, 0 \leq t < b. \quad (2.2.69)$$

Двухпараметрический усеченный показательный закон

$$F(t) = \frac{1 - \exp(-\lambda t)}{1 - \exp(-\lambda b)}, 0 < \lambda; 0 \leq t < b; \quad (2.2.70)$$

$$P(t) = \frac{\exp(-\lambda t) - \exp(-\lambda b)}{1 - \exp(-\lambda b)}, \quad 0 < \lambda; \quad 0 \leq t < b; \quad (2.2.71)$$

$$f(t) = \frac{\lambda \exp(-\lambda t)}{1 - \exp(-\lambda b)}, \quad 0 < \lambda; \quad 0 \leq t < b. \quad (2.2.72)$$

Числовые характеристики для распределения (2.2.72) равны

$$\bar{t} = \frac{1}{\lambda} - \frac{b}{\exp(-\lambda b) - 1}; \quad D_t = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{(b + 2/\lambda)b}{\exp(-\lambda b) - 1}; \quad (2.2.73)$$

$$k_v = \frac{\sqrt{D_t}}{\bar{t}}. \quad (2.2.74)$$

Зная оценки математического ожидания (2.2.73) и коэффициента вариации (2.2.74), методом моментов можно найти параметры b и λ .

Зная (2.2.70) и решая уравнение (2.2.49), найдем алгоритм моделирования значений случайной величины, имеющей двухпараметрический усеченный показательный закон:

$$t = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - (1 - \exp(-\lambda b)) \cdot r), \quad 0 \leq t < b. \quad (2.2.75)$$

Вероятностная модель наработки для вариантов В и С

Для вариантов B и C при отказе оборудования происходит восстановление всех компонент. Тем самым предполагается, что оборудование с точки зрения надежности возвращается в исходное состояние.

Для этих вариантов наработка многокомпонентного оборудования

$$T = \min(T_1, \dots, T_I), \quad (2.2.76)$$

вероятность безотказной работы

$$P(t) = P_1(t) \dots P_I(t), \quad (2.2.77)$$

интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_I(t). \quad (2.2.78)$$

Здесь I – число компонент. Если компоненты имеют одинаковый закон для наработки, то

$$P(t) = P_0^I(t), \quad \lambda(t) = I \cdot \lambda_0(t), \quad (2.2.79)$$

где $P_0(t)$, $\lambda_0(t)$ – вероятность безотказной работы и интенсивность отказа для компоненты.

Рассмотрим случай, когда каждая компонента имеет показательный закон для наработки (2.2.31) с параметром λ_0 .

Для показательного закона вероятность безотказной работы

$$P_0(t) = \exp(-\lambda_0 t).$$

Тогда, учитывая (2.2.79),

$$P(t) = \exp(-I\lambda_0 t); \lambda = I \cdot \lambda_0; t_{cp} = 1/(I \cdot \lambda_0) = t_{0cp} / I, \quad (2.2.80)$$

где t_{0cp} – средняя наработка для одной компоненты. Таким образом, средняя наработка оборудования, состоящего из последовательных компонент для показательного закона в I раз меньше, чем средняя наработка одной компоненты.

Если функция распределения времени наработки для i -ой компоненты не зависит от i и имеет вид $F_x(t)$, то функция распределения для величины (2.2.76) равна [48]

$$F(t) = 1 - [1 - F_x(t)]^I. \quad (2.2.81)$$

При определенных условиях (функция $F_x(t)$ должна быть ограничена слева) функцию распределения (2.2.81) можно аппроксимировать распределением Вейбулла (2.2.22). Этот факт является теоретическим обоснованием значительного распространения этого распределения в теории надежности.

2.3 Методы и вычислительные алгоритмы определения основных показателей надежности многокомпонентного оборудования

В работе для определения основных показателей надежности используются и апробируются два метода:

1) аналитический, когда предполагается, что для наработки между отказами как случайной величины известна вероятность безотказной работы. В этом случае, используя критерии согласия, по результатам компьютерного

моделирования многокомпонентного оборудования подбирается закон распределения вероятностей. Этот подход рассмотрен в параграфе 2.3.1;

2) численный, когда вероятность безотказной работы, используя результаты компьютерного моделирования, аппроксимируется специальной функцией (численный вероятностный анализ). Этот подход в работе основной и является ее научной новизной. Он рассмотрен в параграфе 2.3.2.

2.3.1 Аналитический подход при вычислении основных показателей надежности

Пусть T – наработка многокомпонентного оборудования между отказами. Тогда функция распределения для наработки (вероятность (Вер), того что до времени t произойдет отказ) равна [48]

$$F(t) = \text{Вер}(T < t). \quad (2.3.1)$$

Вероятность безотказной работы выражает вероятность того, что до времени t не произойдет отказ

$$P(t) = \text{Вер}(T > t) = 1 - F(t). \quad (2.3.2)$$

Средняя наработка \bar{t}_o равна

$$\bar{t}_o = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (2.3.3)$$

Гамма-процентный ресурс – суммарная наработка, в течение которой объект не достигает предельного состояния с вероятностью γ

$$P(t) = \gamma. \quad (2.3.4)$$

Рекомендуемое значение для вероятности $\gamma - (0,9 - 0,95)$.

Остаточный ресурс при условии, что до времени x объект не достиг предельного состояния

$$Y_x = T - x. \quad (2.3.5)$$

Закон распределения для остаточного ресурса (2.3.5) [48]

$$\text{Вер}(Y_x < y) = F_x(y) = [F(x + y) - F(x)] / P(x), \quad (2.3.6)$$

где $P(x)$ определяется по формуле (2.3.2).

Вероятность безотказной работы для остаточного ресурса

$$P_x(y) = 1 - F_x(y) = P(x+y)/P(x). \quad (2.3.7)$$

Зная (2.3.7), можно найти средний остаточный ресурс

$$\bar{y}_x = \int_0^{\infty} P_x(y) dy, \quad (2.3.8)$$

или гамма-процентный остаточный ресурс для вероятности γ , решая уравнение относительно y

$$P_x(y) = \gamma. \quad (2.3.9)$$

Рекомендуемое значение для вероятности $\gamma - (0,9 - 0,95)$.

Найдем основные показатели надежности для двух частных моделей: двухпараметрического линейного закона (2.2.63); двухпараметрического усеченного показательного закона (2.2.71).

Двухпараметрический линейный закон

Средняя наработка с учетом (2.3.3)

$$\bar{t}_0 = \frac{b(3-a)}{6}. \quad (2.3.10)$$

Гамма-процентный ресурс для вероятности γ с учетом (2.3.4)

$$t_0 = \frac{b(1+a - \sqrt{a^2 + 2a(2\gamma - 1) + 1})}{2a}. \quad (2.3.11)$$

Вероятность безотказной работы для остаточного ресурса с учетом (2.3.7)

$$P_x(y) = \frac{(b-x-y) \cdot (b-ax-ay)}{(b-x) \cdot (b-ax)}, \quad 0 \leq y < b-x, \quad 0 \leq x < b. \quad (2.3.12)$$

Средний остаточный ресурс с учетом (2.3.8)

$$\bar{y}_x = \frac{(b-x) \cdot (3b-ab-2ax)}{6(b-ax)}. \quad (2.3.13)$$

Гамма-процентный остаточный ресурс для вероятности γ с учетом (2.3.9)

$$y_0 = \frac{b - 2ax + ab - \sqrt{(b - 2ax + ab)^2 - 4a(b-x)(b-ax)(1-\gamma)}}{2a}. \quad (2.3.14)$$

Двухпараметрический усеченный показательный закон

Средняя наработка с учетом (2.3.3)

$$\bar{t}_0 = \frac{1}{\lambda} - \frac{b}{\exp(\lambda b) - 1}. \quad (2.3.15)$$

Гамма-процентный ресурс для вероятности γ с учетом (2.3.4)

$$t_0 = b - \frac{1}{\lambda} \ln[\gamma(\exp(\lambda b) - 1) + 1]. \quad (2.3.16)$$

Вероятность безотказной работы для остаточного ресурса с учетом (2.3.7)

$$P_x(y) = \frac{\exp(-\lambda x - \lambda y) - \exp(-\lambda b)}{\exp(-\lambda x) - \exp(-\lambda b)}, \quad 0 \leq y < b - x, \quad 0 \leq x < b. \quad (2.3.17)$$

Средний остаточный ресурс с учетом (2.3.8)

$$\bar{y}_x = \frac{1}{\lambda} - \frac{b - x}{\exp(-\lambda x + \lambda b) - 1}. \quad (2.3.18)$$

Гамма-процентный остаточный ресурс для вероятности γ с учетом (2.3.9)

$$y_0(x, \gamma) = \frac{1}{\lambda} \ln(\exp(-\lambda b) + \gamma(\exp(-\lambda x) - \exp(-\lambda b))) - x. \quad (2.3.19)$$

Критерии согласия

Чтобы использовать аналитический подход (2.3.1)-(2.3.9), по результатам компьютерного моделирования необходимо подобрать теоретическое распределение. В практике математической статистики для этой задачи используются критерии согласия [40, 46, 64].

Критерием согласия называют критерий, который позволяет установить, является ли расхождение эмпирического и теоретического распределений случайным или значимым, т. е. согласуются ли данные наблюдений с выдвинутой статистической гипотезой или не согласуются.

Используя критерий согласия, проверяется гипотеза о том, что на основании статистических данных можно принять гипотезу о виде функции распределения для наработки:

$$H_0: F_0(t) = F_s(t), \quad (2.3.20)$$

где $F_0(t)$ – искомая функция распределения, $F_s(t)$ – эмпирическая функция распределения, полученная по статистическим данным;

В работе для случая небольшого объема выборки рекомендован модифицированный критерий Колмогорова, а для большого объема выборки – критерий Пирсона (χ^2). Дадим их описание.

1) *Критерий Колмогорова*

$$D = \max(D_n^+, D_n^-) , \quad (2.3.21)$$

где

$$D_n^+ = \max[i/n - F(t_i)] \text{ при } 1 \leq i \leq n, \quad (2.3.22)$$

$$D_n^- = \max\left[F(t_i) - \frac{i-1}{n}\right] \text{ при } 1 \leq i \leq n . \quad (2.3.23)$$

Здесь $F(t_i)$ – значения теоретической функции предполагаемого распределения.

Модифицированный критерий Колмогорова утрачивает важное преимущество критерия Колмогорова – его свободу от распределения, он становится параметрическим, разным для различных законов распределения. Однако важнейшее его качество сохраняется: он работает с не группированными данными и полностью использует всю информацию, содержащуюся в выборке [40].

Для нормального и усеченного нормального распределения используем модифицирование Лиллифорса [40]

$$D_n^* = D_n \left(\sqrt{n} - 0,01 + \frac{0,85}{n} \right). \quad (2.3.24)$$

Для распределения Вейбулла рекомендована поправка [14]

$$D_n^* = D_n \sqrt{n}. \quad (2.3.25)$$

Если D_n^* меньше критического значения, то считают, что выборка получена из генеральной совокупности, имеющей такое распределение при выбранном уровне значимости.

2) *Критерий Пирсона*

Критерий Пирсона (χ^2), имеет вид [32]

$$\chi^2_{\text{набл}} = \sum_{l=1}^L \frac{(m_l - m_{l\text{теор}})^2}{m_{l\text{теор}}}, \quad (2.3.26)$$

где m_l – частоты попадания случайной величины в l -й интервал; L – количество интервалов; $m_{l\text{теор}} = n \cdot p_l$; p_l – вероятность попадания случайной величины в l -й интервал, полученная с использованием выбранного закона; n – объем выборки.

Если $\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_a$ при $(L-1-f)$ степенях свободы, где a – уровень значимости, f – число оцениваемых параметров функции распределения, то можно принять гипотезу о том, что выборочное распределение можно аппроксимировать выбранным распределением (2.3.20).

На практике надо, чтобы объем выборки был достаточно большим и чтобы каждая группа содержала не менее 5 выборочных значений.

2.3.2 Вычислительный алгоритм численной оценки основных показателей надежности

В общем случае, если не удастся подобрать теоретический закон, предлагается численный метод определения показателей надежности [74, 75].

Разобъем наблюдаемый интервал $(0, b)$ узлами на J подинтервалов длиной

$$\Delta t = b/J; t_j = j \cdot \Delta t, j = \overline{1, J}, t_0 = 0; t_j = b. \quad (2.3.27)$$

Введем следующие обозначения: n_j – число выборочных значений, попавших в подинтервал (t_{j-1}, t_j) (частоты), $\sum_{j=1}^J n_j = n$, n – объем выборки;

$m_j = \sum_{i=1}^j n_i / n$ – накопленные относительные частоты, $m_j = 1$;

$$k_j = 1 - m_j; j = 1, \dots, J, k_0 = 1. \quad (2.3.28)$$

В математической статистике при обработке экспериментальных данных используется ступенчатая аппроксимация для функции распределения [15, 18].

В этом случае статистическая вероятность безотказной работы

$$\begin{aligned}
P^c(t) &= k_j, \quad t_{j-1} \leq t < t_j, \quad j = \overline{1, J}; \\
P^c(0) &= k_0 = 1; \quad P^c(t) = 0, \quad t_{J-1} \leq t < t_J.
\end{aligned}
\tag{2.3.29}$$

Заменяем ступенчатую аппроксимацию линейной, которая широко используется в численных методах [10, 17, 38, 86]. Переход от ступенчатой к непрерывной вероятности безотказной работы, является первым этапом перехода к численному вероятностному анализу.

В этом случае численную вероятность безотказной работы получим как совокупность отрезков прямых, соединяющих точки (t_j, k_j)

$$P_r(t) = \begin{cases} 1, & t < 0 \\ k_{j-1} + (t - t_{j-1})(k_j - k_{j-1})J/b, & t_{j-1} \leq t < t_j, \quad j = \overline{1, J} \\ 0, & t \geq b \end{cases}
\tag{2.3.30}$$

Численная средняя наработка с учетом (2.3.30)

$$\bar{t}_r = \int_0^b P_r(t) dt = \frac{b}{J} (0,5 + \sum_{j=1}^J k_j).
\tag{2.3.31}$$

Докажем выражение (2.3.31). Учитывая геометрический смысл определенного интеграла, а так же выражение (2.3.30), численная средняя наработка равна сумме площадей трапеций. Площадь j -ой трапеции равна

$$S_j = \frac{b}{2 \cdot J} (k_{j-1} + k_j).
\tag{2.3.32}$$

С учетом (2.3.32)

$$\bar{t}_r = \sum_{j=1}^J S_j = \frac{b}{J} \left(\frac{k_0}{2} + \sum_{j=1}^J k_j \right).$$

Учитывая, что $k_0 = 1$, формула (2.3.31) доказана.

С учетом (2.3.4) и (2.3.30) численный гамма-процентный ресурс равен

$$t_r(\gamma) = t_{j-1} + \frac{(\gamma - k_{j-1})}{k_j - k_{j-1}} \cdot \frac{b}{J},
\tag{2.3.33}$$

где $k_{j-1} \geq \gamma > k_j$, $j = \overline{1, J}$.

Введем статистическую вероятность безотказной работы для остаточного ресурса

$$P_x^c(y) = p_j(i) = k_{j+i}/k_j, \quad p_j(0) = 1, \quad (2.3.34)$$

где $x = j \cdot b/J$, $j = \overline{1, J_0}$, $J_0 \leq J-2$; $y = i \cdot b/J$, $i = \overline{0, J-j}$.

Численную вероятность безотказной работы для остаточного ресурса получим аналогично (2.3.30)

$$P_x^r(y) = \begin{cases} 0, & y \geq b-x \\ p_j(i-1) + (y-t_{i-1})(p_j(i) - p_j(i-1)) \cdot J/b, & t_{i-1} \leq y < t_i, \\ 1, & y < 0 \end{cases} \quad (2.3.35)$$

где $x = j \cdot b/J$; $t_i = i \cdot b/J$, $i = \overline{1, J-j}$.

Учитывая (2.3.8) и (2.3.35), численный средний остаточный ресурс

$$\tilde{y}_x = \frac{b}{J} \left[0,5 + \sum_{i=1}^{J-j} p_j(i) \right]. \quad (2.3.36)$$

Учитывая (2.3.9) и (2.3.35), численный гамма-процентный остаточный ресурс

$$\tilde{y}_j(\gamma) = t_{i-1} + \frac{(\gamma - p_j(i-1)) \cdot b}{p_j(i) - p_j(i-1)}, \quad (2.3.37)$$

где $p_j(i-1) \geq \gamma > p_j(i)$, $i = \overline{1, J-j}$, $p_j(0) = 1$.

Зная статистическую вероятность безотказной работы (2.3.29) можно найти статистическую функцию распределения

$$F^c(t) = 1 - P^c(t), \quad (2.3.38)$$

а затем и численную функцию аналогично (2.3.30)

$$F_r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ m_{j-1} + (t-t_{j-1})(m_j - m_{j-1})J/b, & t_{j-1} \leq t < t_j, \quad j = \overline{1, J}. \\ 1, & t \geq b \end{cases} \quad (2.3.39)$$

Решая уравнение (2.2.49) и учитывая (2.3.39), получим численный алгоритм моделирования случайной величины по результатам компьютерного моделирования

$$t = t_{j-1} + \frac{r - m_{j-1}}{m_j - m_{j-1}} \cdot \frac{b}{J}, \quad 0 \leq t < b, \quad (2.3.40)$$

где $m_{j-1} \leq r < m_j$, $j = \overline{1, J}$.

Учитывая, что $F_r(t) + P_r(t) = 1$, численный алгоритм (2.3.40) можно получить из уравнения

$$P_r(t) = 1 - r.$$

Но так как $(1 - r) \rightarrow R(0, 1)$, то решение этого уравнения будет алгоритм (2.3.33), в котором в место γ находится величина r

$$t = t_{j-1} + \frac{(r - k_{j-1}) \cdot b}{k_j - k_{j-1}} \cdot \frac{1}{J}, \quad (2.3.40^*)$$

где $k_{j-1} \geq r > k_j$, $j = \overline{1, J}$.

2.4 Вычислительный алгоритм численной оценки дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования

В этом разделе при определении дополнительных показателей надежности рассмотрим два случая:

- вычисление параметра потока отказов для вариантов A и B ;
- вычисление параметра потока восстановления, коэффициента оперативной готовности и коэффициента готовности для варианта C .

2.4.1 Вычисление параметра потока отказов для вариантов A и B

Математическое описание задачи

Функционирование восстанавливаемых объектов описывается обычным процессом восстановления [8, 11, 48]

$$T_q, \quad q=1, 2, \dots, \quad (2.4.1)$$

где T_q – последовательность взаимно независимых случайных величин, имеющих одинаковое распределение. Эти величины являются наработками между отказами оборудования, t – значения этих величин.

Моменты восстановления, когда происходят отказы оборудования

$$X_k = \sum_{q=1}^k T_q. \quad (2.4.2)$$

В модели (2.4.2) предполагается, что время восстановления оборудования по сравнению со временем наработки между отказами мало и им можно пренебречь. Дополнительно предполагается, что после восстановления оборудование с точки зрения его надежности возвращается в исходное состояние (старением оборудования пренебрегают).

Модель (2.4.2) также как и модель (2.4.1) описывает процесс восстановления. В теории надежности модели (2.4.1) и (2.4.2), когда время восстановления нулевое, называют иногда процессами отказов. Мы также будем использовать эту терминологию.

При исследовании процессов отказов особый интерес представляет считающий процесс

$$N(t) = \max\{k : X_k \leq t\}, \quad N(t) = 0, \text{ для } t < X_1. \quad (2.4.3)$$

Величина (2.4.3) означает случайное число отказов произошедших за время от 0 до t (в момент времени X_k величина (2.4.3) увеличивается на единицу). Из выражения (2.4.3) следует, что неравенство $X_k \leq t$ выполняется только тогда, когда $N(t) \geq k$.

Если процесс отказов одновременно обладает свойствами стационарности, ординарности и отсутствия последействия, то он является простейшим или пуассоновским [28]. В этом случае вероятность возникновения k отказов на отрезке времени длиной t определяется распределением Пуассона

$$P_k(t) = [(at)^k / k!] \exp(-at), \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad (2.4.4)$$

где $a \cdot t$ – параметр этого распределения. Для простейшего потока величины (2.4.1) имеют показательное распределение с параметром a

$$a = 1/\bar{t}, \quad (2.4.5)$$

где \bar{t} – средняя наработка (2.4.1).

В теории технического обслуживания особое значение имеет математическое ожидание числа отказов за время t (2.4.3), которое называют функцией отказов

$$W(t) = M[(N(t))]; \lim_{t \rightarrow \infty} W(t)/t = 1/\bar{t}. \quad (2.4.6)$$

Считающий процесс отказов (2.4.3) является случайным и дискретным, а функция отказов (2.4.6) – детерминированной и непрерывной.

В теории процессов восстановления, а также в теории потоков отказов (событий) доказано, что при наложении большого количества потоков итоговый поток можно считать простейшим. А из этого обосновывается показательный закон для наработки между отказами сложного оборудования.

Для простейшего потока с учетом (2.4.4)

$$W(t) = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot P_k(t) = a \cdot t.$$

Производная от функции (2.4.6) называется параметром потока отказов. Параметр описывается интегральным уравнением восстановления [8, 27, 28]

$$w(t) = f(t) + \int_0^t w(x)f(t-x)dx, \lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = 1/\bar{t}. \quad (2.4.7)$$

где $f(t)$ – плотность распределения вероятностей величин (2.4.1) (наработок оборудования между отказами). Параметр потока отказов (2.4.7) является важным показателем надежности для восстанавливаемого оборудования, когда временем восстановления пренебрегают.

Интегральное уравнение восстановления (2.4.7) является уравнением Вольтерра 2-го рода, которое имеет единственное решение [17, 96]. В общем случае интегральное уравнение восстановления (2.4.7) решается аналитически, численно или с использованием преобразования Лапласа. Для всех этих методов необходимо знать плотность распределения вероятностей наработок оборудования между отказами.

Используя преобразование Лапласа, для параметра потока отказов определяется отображение [66]

$$w^0(s) = \frac{f^0(s)}{1 - f^0(s)}, \quad (2.4.8)$$

где $w^0(s) = \int_0^{\infty} w(t) \cdot \exp(-st) dt$ – преобразование Лапласа параметра потока отказов,

$f^0(s)$ – преобразование Лапласа плотности распределения вероятностей. При использовании преобразования Лапласа плотность распределения вероятностей должна быть на интервале от 0 до ∞ . Далее по выражению (2.4.8) находят обратное преобразование Лапласа.

Найдем параметр потока отказов для линейного закона (2.2.64) при $a=1$, используя преобразование Лапласа.

При $a=1$ плотность распределения вероятностей времени наработки (2.2.64) имеет вид

$$f(t) = \frac{1}{b} - \frac{2t}{b^2}; \quad 0 \leq t < b. \quad (2.4.9)$$

Преобразование Лапласа для функции (2.4.9) на интервале от 0 до ∞ равно

$$f^0(s) = \frac{2bs - 2}{b^2 s^2}. \quad (2.4.10)$$

Подставляя выражение (2.4.10) в (2.4.8), получим преобразование Лапласа для функции (2.4.9)

$$\omega^0(s) = \frac{(2/b) \cdot (s - 1/b)}{(s - 1/b)^2 + 1/b^2}. \quad (2.4.11)$$

Преобразуя (2.4.11) с учетом таблицы обратного преобразования Лапласа [66], получим

$$w(t) = (2/b) \cdot \cos(t/b) \cdot \exp(t/b), \quad 0 \leq t < b, \quad w(0) = 2/b. \quad (2.4.12)$$

Функция (2.4.12) совпадает с параметром потока отказов (2.4.7) для линейного распределения (2.4.9) на интервале $(0, b)$.

Найдем функцию, которая совпадает с функцией отказов (2.4.6) для линейного распределения (2.4.9) на интервале $(0, b)$, интегрируя функцию (2.4.12). Найдем первообразную [24]

$$\int \exp(t/b) \cdot \cos(t/b) dt = (b/2) \cdot \exp(t/b) \cdot (\cos(t/b) + \sin(t/b)) + C. \quad (2.4.13)$$

Используя (2.4.13)

$$\begin{aligned} W(t) &= \frac{2}{b} \int_0^t \exp(t/b) \cdot \cos(t/b) dt = \exp(t/b) \cdot (\cos(t/b) + \sin(t/b)) \Big|_0^t = \\ &= \exp(t/b) \cdot [\cos(t/b) + \sin(t/b)] - 1. \end{aligned} \quad (2.4.14)$$

Окончательно получим,

$$W(t) = \exp(t/b) \cdot [\cos(t/b) + \sin(t/b)] - 1, \quad 0 \leq t < b, \quad W(0) = 0. \quad (2.4.15)$$

Вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов по данным компьютерного моделирования

В теории надежности оборудование рассматривается как единый объект, который описывается некоторой функцией распределения времени наработки между отказами. Нами исследуется многокомпонентное оборудование, содержащее совокупность последовательно соединенных с точки зрения его надежности компонент: механической, электрической и т.д. [12, 70].

Зная значения математических ожиданий и коэффициентов вариации наработок компонент, методом моментов находятся значения параметров этих распределений. Алгоритмы моделирования значений случайных величин для этих распределений имеются в работах [40, 84, 98].

Введем следующие обозначения: l – номер реализаций при моделировании, $l = \overline{1, L}$, где L – число реализаций; b – максимальное значение наработки оборудования между отказами; j – номер интервала; J – число интервалов на отрезке $(0, b)$; $\Delta t = b/J$ – длина интервала; $t_j = j \cdot \Delta t$ – значение j -го узла, $j = \overline{1, J_m}$, где J_m – число интервалов при моделировании, $J_m > J$; $m_l(t_j)$ – число отказов оборудования для l -й реализации за время t_j , $m_l(0) = 0$.

Тогда число отказов оборудования при моделировании по всем реализациям

$$M(t_j) = \sum_{l=1}^L m_l(t_j), \quad j = \overline{1, J_m}, \quad (2.4.16)$$

а оценка функции отказов (2.4.6) с учетом (2.4.16)

$$W_r(t_j) = \tilde{M}(t_j) = M(t_j)/L = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L m_l(t_j), \quad j = \overline{1, J_m}. \quad (2.4.17)$$

При увеличении $j(t_j)$, $W_r(t_j)$ стремится к прямой с угловым коэффициентом $1/\tilde{t}$, где \tilde{t} – оценка средней наработки оборудования.

Так как параметр потока отказов (2.4.7) является производной от функции (2.4.6), то численная его оценка равна

$$w_r(t_j) = (\tilde{M}(t_j) - \tilde{M}(t_{j-1})) \cdot J/b, \quad j = \overline{1, J_m}. \quad (2.4.18)$$

Подставляя в (2.4.17) оценку (2.4.18), получим

$$w_r(t_j) = \left(\sum_{l=1}^L n_{lj} / L \right) \cdot \frac{J}{b}, \quad j = \overline{1, J_m}, \quad (2.4.19)$$

где $n_{lj} = m_l(t_j) - m_l(t_{j-1})$ – частота отказов для j -го интервала (t_{j-1}, t_j) и l -й реализации.

При увеличении $j(t_j)$ $w_r(t_j) \approx 1/\tilde{t}$, где \tilde{t} – оценка средней наработки оборудования.

Для вычисления частот n_{lj} необходимо моделировать процесс (2.4.2)

$$t_{kl} = \sum_{i=1}^k x_{il}, \quad t_{kl} \leq t_{J_m} \quad (2.4.20)$$

где x_{il} – наработки оборудования (2.1.2). Если

$$t_{j-1} \leq t_{kl} < t_j, \quad \text{то } n_{lj} = n_{lj} + 1, \quad l = \overline{1, L}. \quad (2.4.21)$$

Пусть $m_l(t_{J_m})$ – число отказов за время J_m для l -й реализации. Это число равно

$$m_l(t_{J_m}) = \sum_{j=1}^{J_m} n_{lj} = K_l, \quad l = \overline{1, L}. \quad (2.4.22)$$

Тогда объем выборки наработок x_{il} равен

$$n_0 = \sum_{l=1}^L m_l(t_{J_m}) = \sum_{l=1}^L \sum_{j=1}^{J_m} n_{lj}. \quad (2.4.23)$$

По этой выборке найдем точечную (\tilde{t}) и интервальную ($t_1; t_2$) оценки среднего значения наработки оборудования

$$\tilde{t} = \frac{1}{n_0} \left(\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{K_l} x_{il} \right); \quad t_1 = \tilde{t} - \delta; \quad t_2 = \tilde{t} + \delta, \quad (2.4.24)$$

где

$$\delta = \frac{z_\gamma \cdot s}{\sqrt{n_0}}; \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{K_l} x_{il}^2 - n_0 \cdot \tilde{t}^2}{n_0 - 1}}, \quad (2.4.25)$$

здесь z_γ – квантиль нормального распределения; величина K_l определяется формулой (2.4.22).

Формулы (2.4.16)-(2.4.25) образуют вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов по результатам компьютерного моделирования.

2.4.2 Вычислительные алгоритмы определения дополнительных показателей надежности для варианта С

Математическое описание задачи

В варианте С технического обслуживания оборудования в отличие от вариантов А и В учитывается время восстановления компонентов. Поэтому вместо обычного процесса восстановления (2.4.1) используется альтернирующий процесс [8, 48]

$$(T_q, Y_q), \quad q = 1, 2, \dots, \quad (2.4.26)$$

где T_q – случайные величины, описывающие время наработки многокомпонентного оборудования в q -м цикле; Y_q – случайные величины, описывающие время восстановления многокомпонентного оборудования в q -ом цикле. Предполагается, что величины T_q имеют одинаковые плотности распределения вероятностей $f(t)$ и математические ожидания \bar{t}_n . Величины Y_q

так же имеют одинаковые плотности распределения вероятностей $g(t)$ и математические ожидания \bar{t}_g . Математические ожидания для цикла

$$\bar{t}_c = \bar{t}_n + \bar{t}_g. \quad (2.4.27)$$

Плотность распределения вероятностей для цикла

$$f_c(t) = \int_0^{\infty} f(x)g(t-x)dx. \quad (2.4.28)$$

Параметр потока восстановления [28, 48]

$$w_c(t) = f_c(t) + \int_0^t w_c(z)f_c(t-z)dz, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} w_c(t) = 1/\bar{t}_c. \quad (2.4.29)$$

В общем случае интегральное уравнение восстановления (2.4.29) решается аналитически, численно или с использованием преобразования Лапласа. Для всех этих методов необходимо знать плотность распределения вероятностей для цикла.

Коэффициент оперативной готовности

$$Q_\tau = \frac{\int_0^\tau P(t)dt}{\bar{t}_c}, \quad (2.4.30)$$

где $P(t)$ – вероятность безотказной работы для многокомпонентного оборудования (2.3.2).

Коэффициент оперативной готовности – это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается, и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течение заданного интервала времени.

При $\tau = 0$ коэффициент оперативной готовности (2.4.30) называется коэффициентом готовности и вычисляется по формуле

$$Q_0 = \bar{t}_n / \bar{t}_c. \quad (2.4.31)$$

Коэффициент готовности (2.4.31) является важнейшим показателем надежности для восстанавливаемого оборудования, так как он оценивает вероятность того, что оборудование находится в работоспособном состоянии.

Вычислительные алгоритмы численной оценки дополнительных параметров по данным компьютерного моделирования

Для варианта C в результате компьютерного моделирования создаются три выборки (2.1.3), (2.1.4) – для наработки, восстановления и цикла. Эти значения используются при вычислении дополнительных показателей.

Коэффициент оперативной готовности и коэффициент готовности

В данном случае используются выборки по наработке и циклу, а также модель для вероятности безотказной работы многокомпонентного оборудования (2.3.30). С учетом (2.4.30) и (2.3.30), численная модель для коэффициента оперативной готовности при $\tau = t_{j-1}$ имеет вид

$$Q_r(t_{j-1}) = \frac{b}{J \cdot \bar{t}_{rc}} \left(\frac{k_{j-1}}{2} + \sum_{i=j}^J k_i \right), 0 \leq t_{j-1} < b, \quad (2.4.32)$$

где \bar{t}_{rc} – численный средний цикл, который определяется по формуле

$$\bar{t}_{rc} = \frac{b}{J} \left(0,5 + \sum_{j=1}^J k_{c,j} \right). \quad (2.4.33)$$

Формулы (2.4.32) и (2.4.33) выводятся аналогично (2.3.31). Отличие заключается в том, что используется не выборка для наработок (2.1.2), а выборка для цикла (2.1.4). Поэтому вместо величин (2.3.30) используются величины $k_{c,j}$, вычисляемые по выборке (2.1.4).

Численная модель для коэффициента готовности по данным компьютерного моделирования

$$Q_{0r} = \bar{t}_r / \bar{t}_{rc}, \quad (2.4.34)$$

где \bar{t}_r – численная средняя наработка (2.3.31), определяемая по выборке (2.1.3); \bar{t}_{rc} – численный средний цикл (2.4.33).

Дополнительно в работе определяются точечная (\tilde{Q}_0) и интервальная (\tilde{Q}_1, \tilde{Q}_2) оценки для коэффициента готовности по данным выборок (2.1.3) и (2.1.4). Точечная оценка

$$\tilde{Q}_0 = \frac{\tilde{t}_n}{\tilde{t}_c}, \quad (2.4.35)$$

где \tilde{t}_n, \tilde{t}_c – точечные оценки (2.1.5) для математических ожиданий наработки и цикла.

Интервальная оценка (доверительный интервал) [47]

$$\tilde{Q}_1 = \tilde{Q}_0 + \delta; \quad \tilde{Q}_2 = \tilde{Q}_0 - \delta, \quad (2.4.36)$$

где

$$\delta = z_\gamma \cdot s; \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^n t_{nq}^2 - 2\tilde{Q}_0 \sum_{q=1}^n t_{nq} \cdot t_{cq} + \tilde{Q}_0^2 \sum_{q=1}^n t_{cq}^2}{\frac{n-1}{n} \left(\sum_{q=1}^n t_{cq} \right)^2}}. \quad (2.4.37)$$

Здесь z_γ – квантиль нормированного нормального распределения, соответствующий доверительной вероятности γ ; s – оценка среднеквадратического отклонения коэффициента готовности оборудования; t_{nq}, t_{cq} – выборочные значения для выборок (2.1.3) и (2.1.4).

Величина (2.4.34) должна попадать в доверительный интервал (2.4.36) с учетом (2.4.37). Этот факт будет использоваться для проверки адекватности имитационной модели в главе 3.

Параметр потока восстановления

При вычислении параметра потока восстановления (2.4.29) численным методом используется вычислительный алгоритм, разработанный для параметра потока отказов (2.4.16)-(2.4.25). Отличие заключается только в одном – используется выборка не по наработке, а по циклу. Поэтому мы в данном случае запишем лишь конечный результат, чтобы иметь возможность на него ссылаться

$$w_{rc}(t_j) = \left(\sum_{l=1}^L n_{lj}^c / L \right) \cdot \frac{J}{b}, \quad j = \overline{1, J_m}, \quad (2.4.38)$$

где n_{lj}^c – частоты восстановлений для j -го интервала (t_{j-1}, t_j) и l -й реализации, полученные по выборке циклов (2.1.4).

При увеличении $j(t_j)$, $w_{rc}(t_j) \approx 1/\tilde{t}_c$, где \tilde{t}_c – оценка среднего цикла оборудования. Дополнительно можно найти оценку функции восстановления (аналогично функции отказов (2.4.17))

$$W_{rc}(t_j) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^j n_{li}^c, \quad j = \overline{1, J_m}. \quad (2.4.39)$$

При увеличении $j(t_j)$, $W_{rc}(t_j)$ стремится к прямой с угловым коэффициентом $\approx 1/\tilde{t}_c$, где \tilde{t}_c – оценка среднего цикла оборудования.

2.5. Программный комплекс для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования

На основе разработанного алгоритмического обеспечения, описанного выше, автором создан программный комплекс комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования (ПК_КИПНМО), функционирование и принципы построения которого представлены ниже. С помощью ПК_КИПНМО были проведены многовариантные экспериментальные исследования, которые приведены в главе 3. В программном комплексе (ПК) использованы численные методы и вычислительные алгоритмы для вычисления показателей надежностей многокомпонентного оборудования (МО), которые описаны в параграфах 2.3 и 2.4.

ПК позволяет пользователям эффективно определять среднюю наработку, гамма-процентный ресурс, остаточный ресурс, гамма-процентный остаточный ресурс, параметр потока отказов, коэффициент готовности и коэффициент оперативной готовности в мехатронных системах и другом сложном

многокомпонентном оборудовании. Кроме того, ПК представляет результаты имитационного моделирования в виде графических данных.

Созданный программный комплекс реализован по блок-схеме постановки задачи (рис. 2.3) на языке программирования пакета MATLAB [3, 20, 72, 112]. Система MATLAB обладает рядом преимуществ перед другими программными средами, предназначенными для выполнения научных и инженерных расчетов и визуализации полученных результатов. Среди таких преимуществ можно отметить следующие [3, 4, 20, 21, 33, 34, 41, 68]:

- реализация удобной, универсальной и простой в применении интегрированной среды, которая позволяет формулировать задачи и получать их решение в привычной математической форме, не прибегая к рутинному программированию;
- многофункциональность, простая расширяемость и приспособляемость системы к решению необходимого класса задач;
- использование проблемно-ориентированных функций, предоставляющих широкие возможности для решения задач, характерных для конкретной научной отрасли;
- наличие объектно-ориентированной графической системы (Handle Graphics) и графического интерфейса (Graphics User Interface);
- возможности высококачественной визуализации двух- и трехмерных графических изображений, мультипликации и звуковой интерпретации данных;
- выполнение вычислений как с плавающей точкой, так и применение символьной обработки данных;
- использование в качестве структур данных векторов и матриц, высокая скорость выполнения встроенных векторных и матричных операторов.

Реализация предполагает функционирование под управлением 32 и 64 разрядной операционной системы семейства Microsoft Windows: Windows 10, Windows 8, Windows Vista, Windows XP. Для этого пакет MATLAB предъявляет повышенные требования к PC- совместимому оборудованию: персональный компьютер на базе процессоров Intel Pentium D, Core 2 Duo ,Core 2 Quad, Core

i3, Core i3, Core i5, Core i7, AMD Athlon, AMD Athlon 64 X2 Dual-Core, AMD Sempron, AMD Phenom, AMD Phenom II.; оперативная память не менее 512 Мбайт (рекомендуется 2 Гбайт); монитор с поддержкой минимум 256 цветов, графический адаптер (16, 24 или 32 битов); достаточное количество свободного места на жестком диске.

На рисунке 2.5 представлена блок-схема программы комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования, созданная на основе блок-схемы (рис. 2.3). Дадим ее описание.

1. Выбор режима работы: «Да» - выбор компьютерного моделирования; если «Нет», то это режим испытания оборудования (рис. 2.6). В режиме испытания оценка показателей надежности осуществляется по статистическим данным. Важное отличие режима компьютерного моделирования от режима испытаний заключается в размере используемых выборок. Для режима компьютерного моделирования объем выборки значителен (десятки тысяч), а для режима испытаний – десятки значений.

2. Выбор варианта технического обслуживания: *A, B, C* (рис. 2.6).

3. Ввод исходных данных.

4. Вычисление параметров (параграф 2.2.1).

5. Имитационное моделирование (параграф 2.2.3).

6. Моделирование случайных величин (параграф 2.2.2).

7. Начальная обработка результатов имитационного моделирования.

8. Вычисление основных показателей надежности (параграф 2.3).

9. Вычисление дополнительных показателей надежности (параграф 2.4).

10. Ввод исходных данных для режима испытания оборудования.

11. Аналитический подход.

12. Результаты комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования.

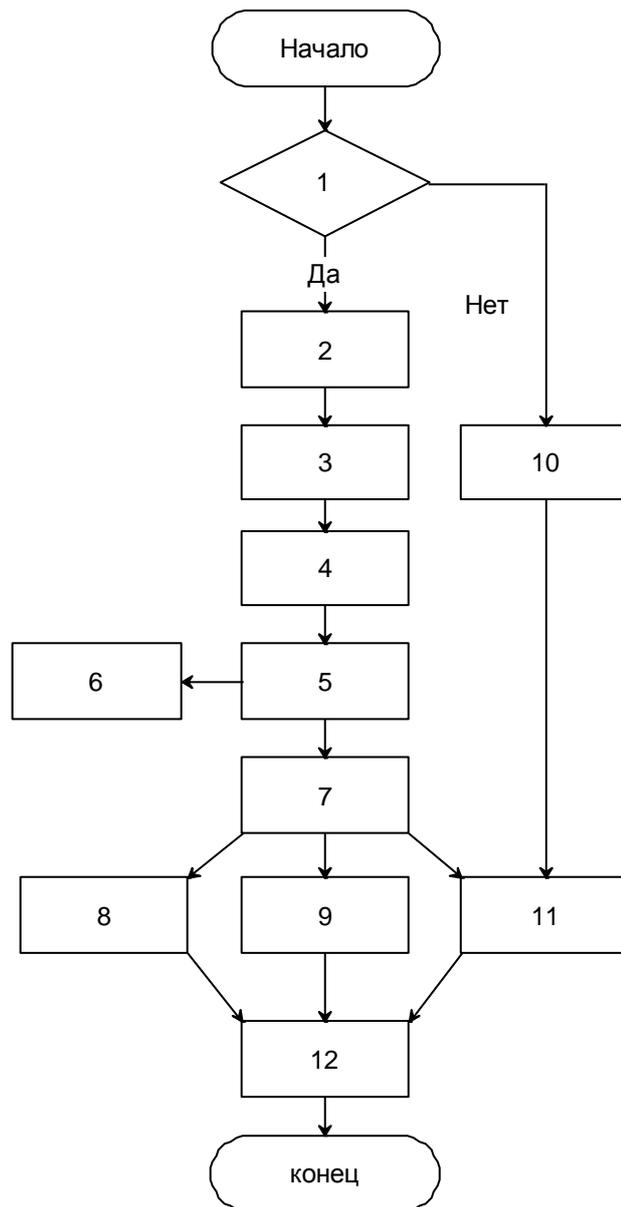


Рис. 2.5. Блок-схема программы комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования

Запуск программы происходит открытием исполняемого файла «CRRI.exe». При открытии программы появляется главное окно с основным меню (рис. 2.6).

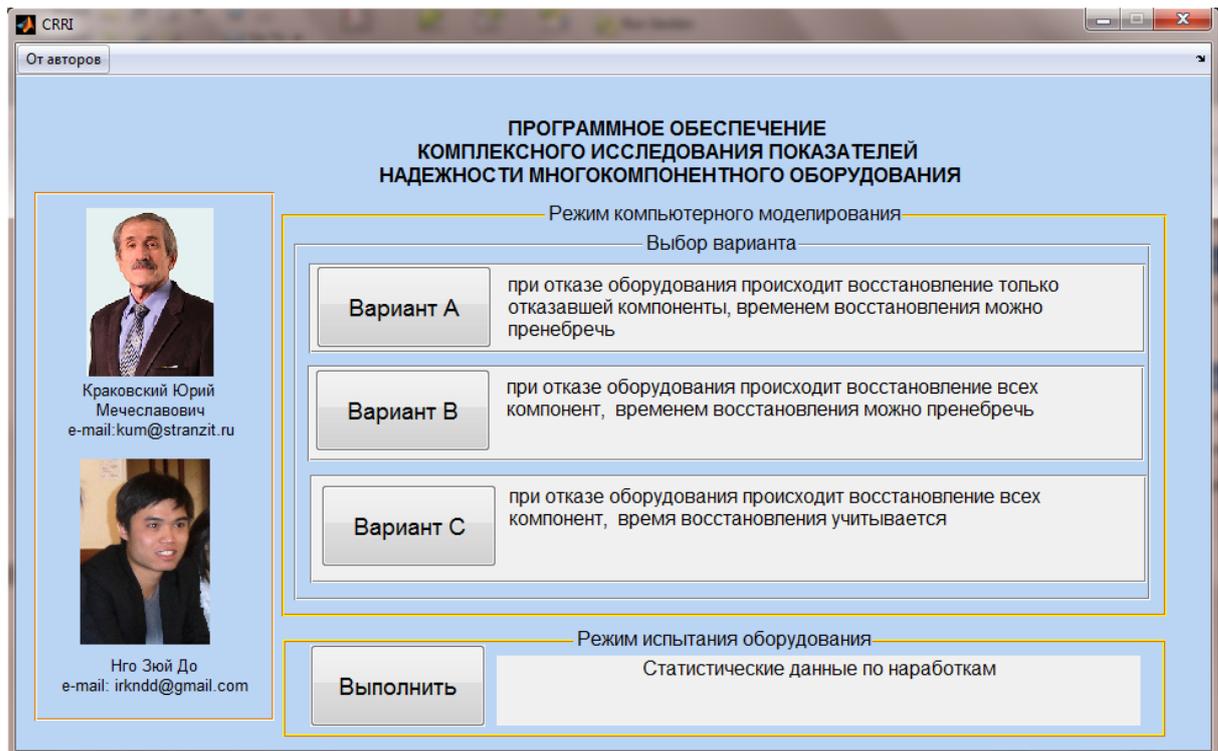


Рис. 2.6. Главное окно программы

Далее можно приступить к выбору режима и варианта обслуживания оборудования. На разделе «От авторов» можно посмотреть краткое описание программы и информацию об авторах (рис. 2.7).

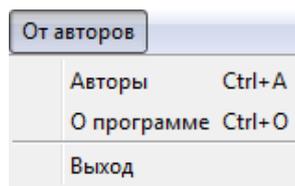


Рис. 2.7. Кнопка «От авторов»

Режим компьютерного моделирования

1) Выбор варианта *A, B*

При открытии варианта *A* или варианта *B* появляется окно ввода исходных данных и меню (здесь иллюстрации для варианта *A*) (рис. 2.8).

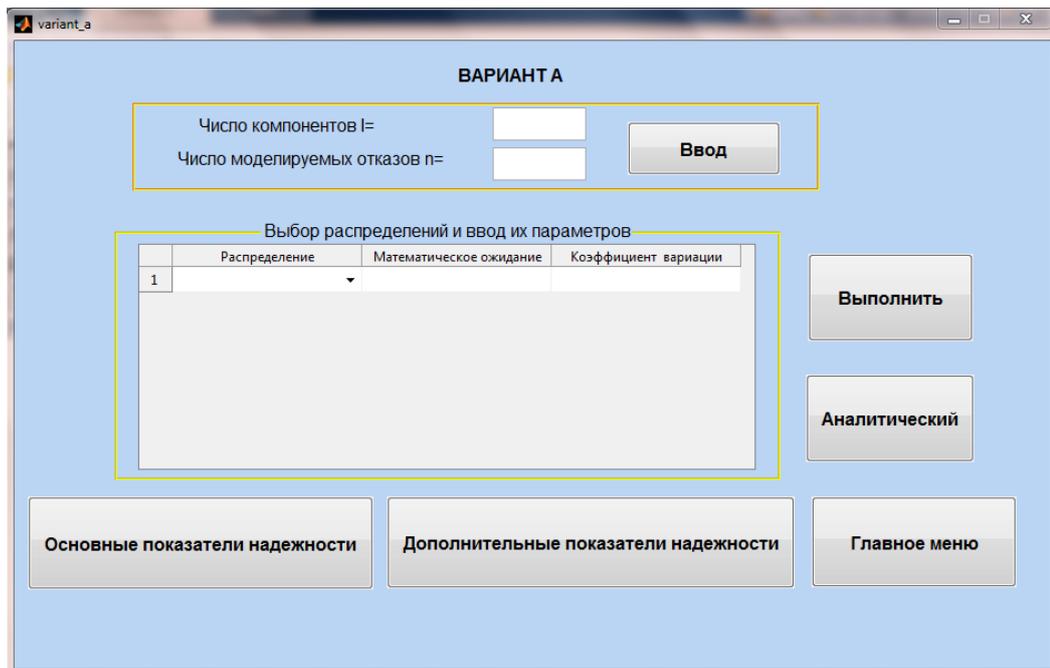


Рис. 2.8. Окно выполнения варианта *A*

В первую очередь надо задать число компонентов системы и число моделируемых отказов (рис. 2.9).

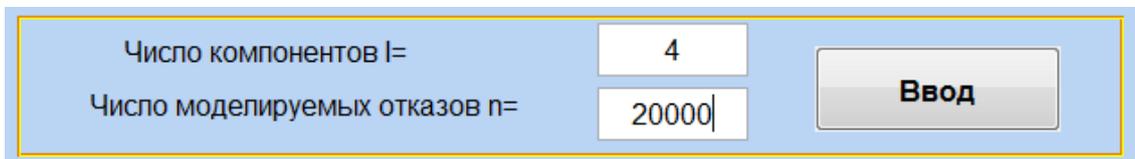


Рис. 2.9. Ввод числа компонентов и числа моделируемых отказов

Затем необходимо нажать на кнопку «Ввод» для ввода данных моделирования. На столбе «Распределение» пользователи могут выбрать одно из распределений в списке. Далее необходимо ввести математическое ожидание и коэффициент вариации для каждого компонента (рис. 2.10).

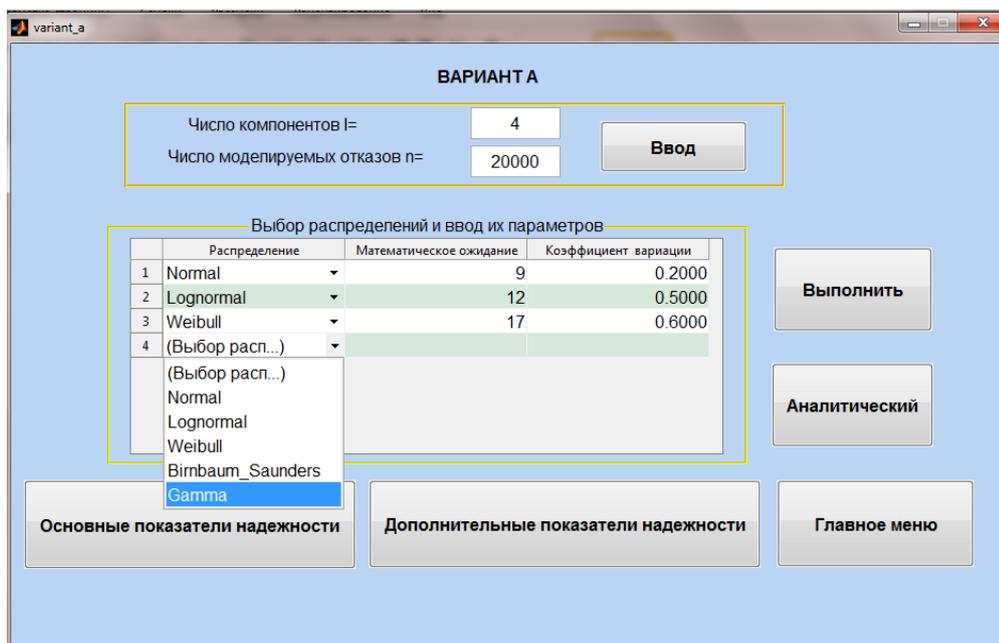


Рис. 2.10. Выбор распределений и ввод их параметров

2) Выбор варианта С

При открытии варианта С появляется окно ввод исходных данных и меню (рис. 2.11).

Для варианта С дополнительно по каждой компоненте необходимо выбрать из списка функцию распределения для восстановления и задать значения числовых характеристик – математического ожидания и коэффициента вариации.

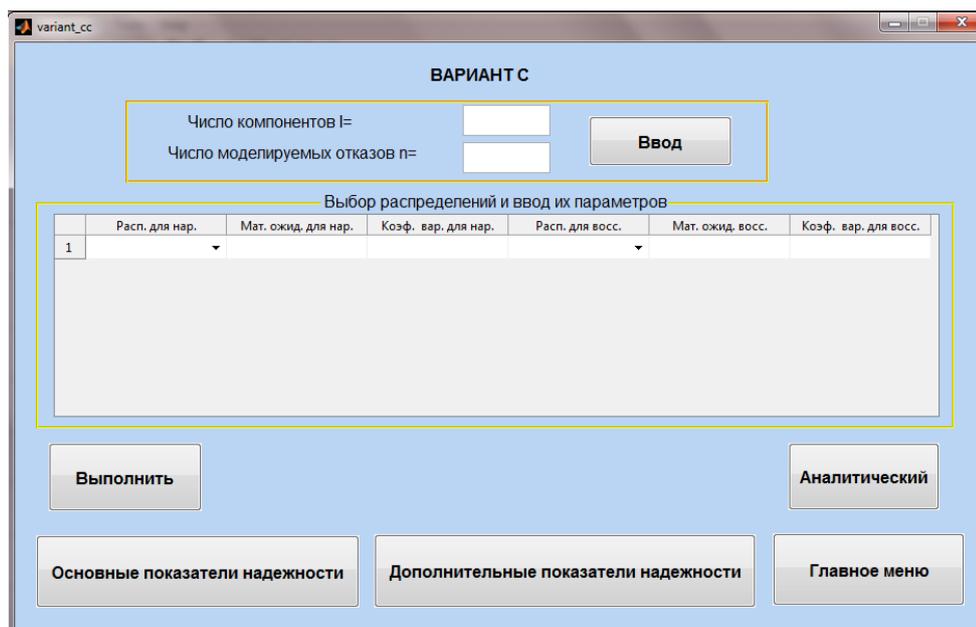


Рис. 2.11. Окно выполнения варианта С

После ввода исходных данных необходимо нажать кнопку «Выполнить» (рис 2.10, 2.11). Результаты моделирования выводятся в файл «result.txt». При нажатии на кнопку «Выполнить» программа выполнит 4 блока из рисунка 2.5 (4-5-6-7).

При нажатии на кнопку «Основные показательные надежности» программа выполнит блок 8. Результаты вычисления выводятся на файл «ос.txt».

Кнопка «Дополнительные показательные надежности» соответствует блоку 9. Результаты вычисления выводятся на файл «до.txt».

При нажатии на кнопку «Аналитический» программа выполнит блок 11. При этом программа выполнит следующие действия: построение гистограммы, выбор распределения для оборудования, проверка выбранного распределения по критерию Пирсона.

Кнопкой «Главное меню» можно вернуться в главное окно (рис 2.6).

На рисунке 2.12 приведена блок-схема имитационного моделирования для варианта *A*.

В блок-схеме используются следующие обозначения:

$qn(1, n)$ – вектор выборок времени наработок оборудования (2.1.2), n – число отказов моделирования;

$nw(1, I)$ – вектор числа отказов компонента за время моделирования, I – число компонентов;

$t(1, I)$ – вектор суммы наработок для каждого компонента за время моделирования.

Обработка выборки (2.1.2) осуществляется по формулам (2.1.5 и 2.1.6).

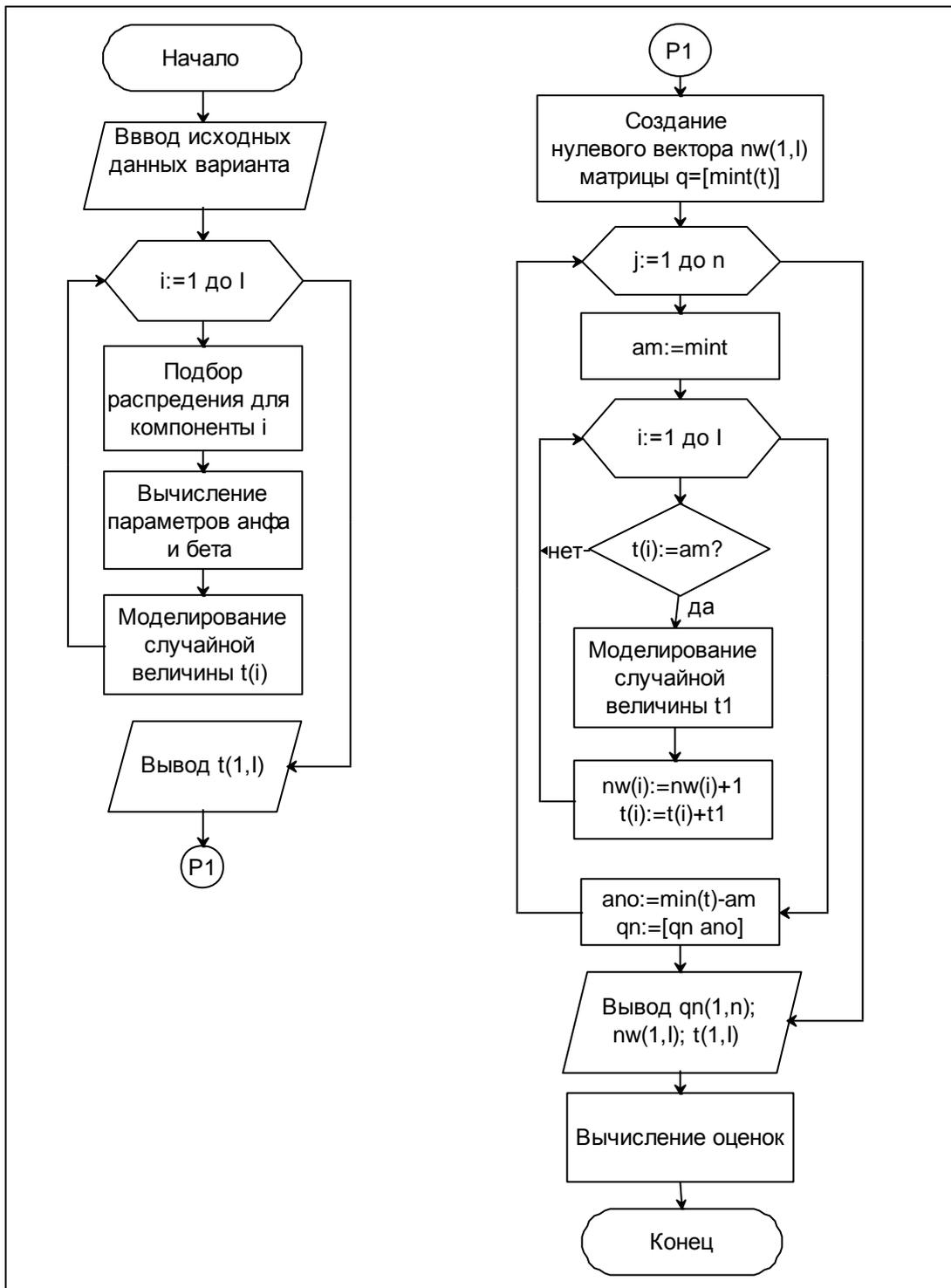


Рис. 2.12 Алгоритм компьютерного моделирования для варианта *A*

На рисунке 2.13 приведена блок-схема имитационного моделирования для варианта *B*.

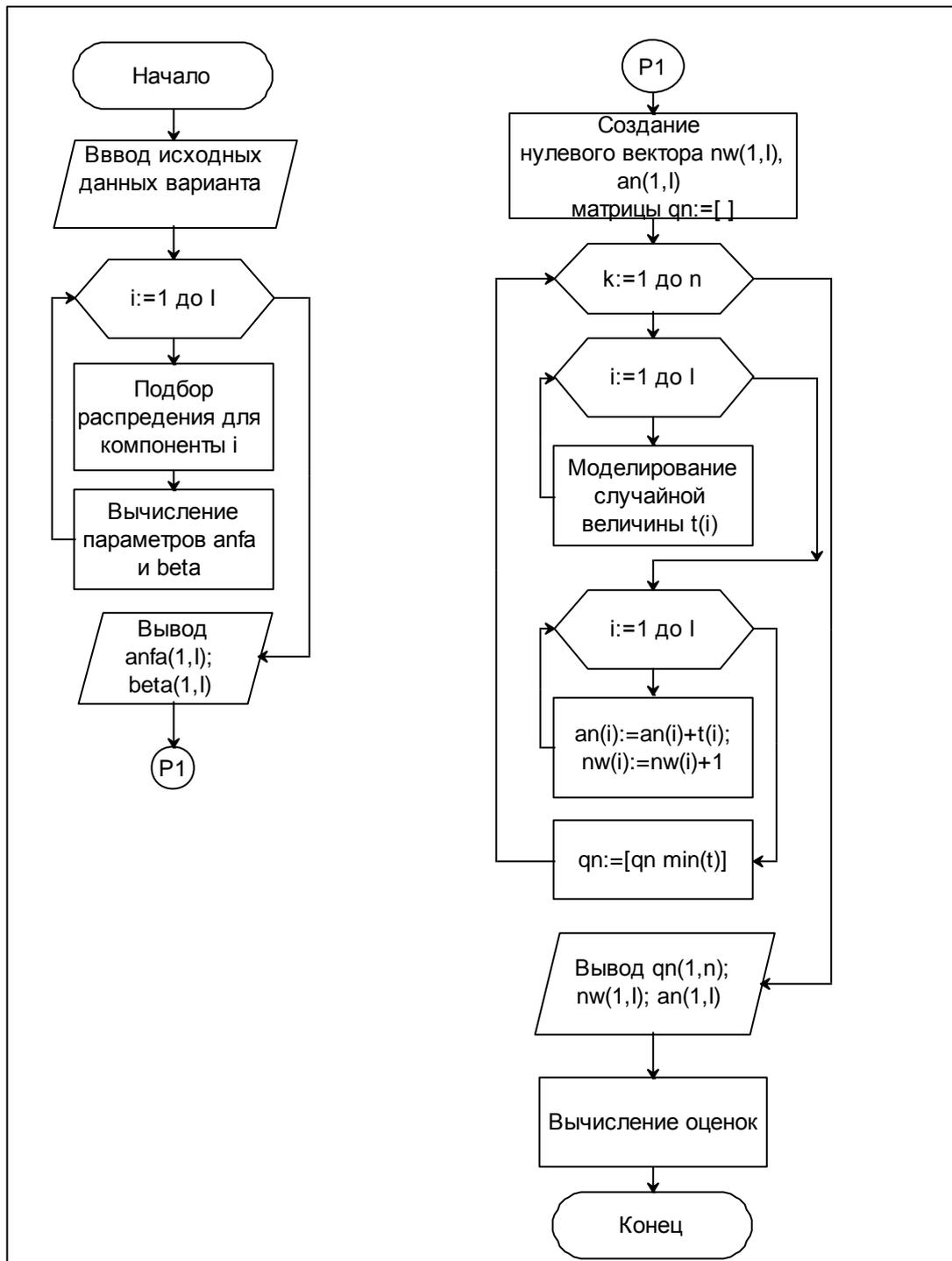


Рис. 2.13 Алгоритм компьютерного моделирования для варианта *B*

В блок-схеме используются следующие обозначения:

$qn(1, n)$ – вектор выборок времени наработок оборудования (2.1.2), n – число отказов моделирования;

$nw(1, I)$ – вектор числа отказов компонента за время моделирования, I – число компонентов;

$an(1, I)$ – вектор суммы наработок для каждого компонента за время моделирования.

Обработка выборки (2.1.2) осуществляется по формулам (2.1.5 и 2.1.6).

На рисунке 2.14 приведена блок-схема имитационного моделирования для варианта С.

В блок-схеме используются следующие обозначения:

$qn(1, n)$ – вектор выборок времени наработок компонентов (2.1.3);

$nw(1, I)$ – вектор числа отказов компонента за время моделирования;

$tn(1, I)$ – вектор суммы наработок для каждого компонента за время моделирования;

$tv(1, I)$ – вектор суммы времени восстановления для каждого компонента за время моделирования;

$qv(1, n)$ – вектор выборки времени восстановления оборудования за время моделирования (2.1.3);

$qc(1, n)$ – вектор выборки времени для цикла оборудования за время моделирования (2.1.4);

Обработка выборок (2.1.3 и 2.1.4) осуществляется по формулам (2.1.5 и 2.1.6).

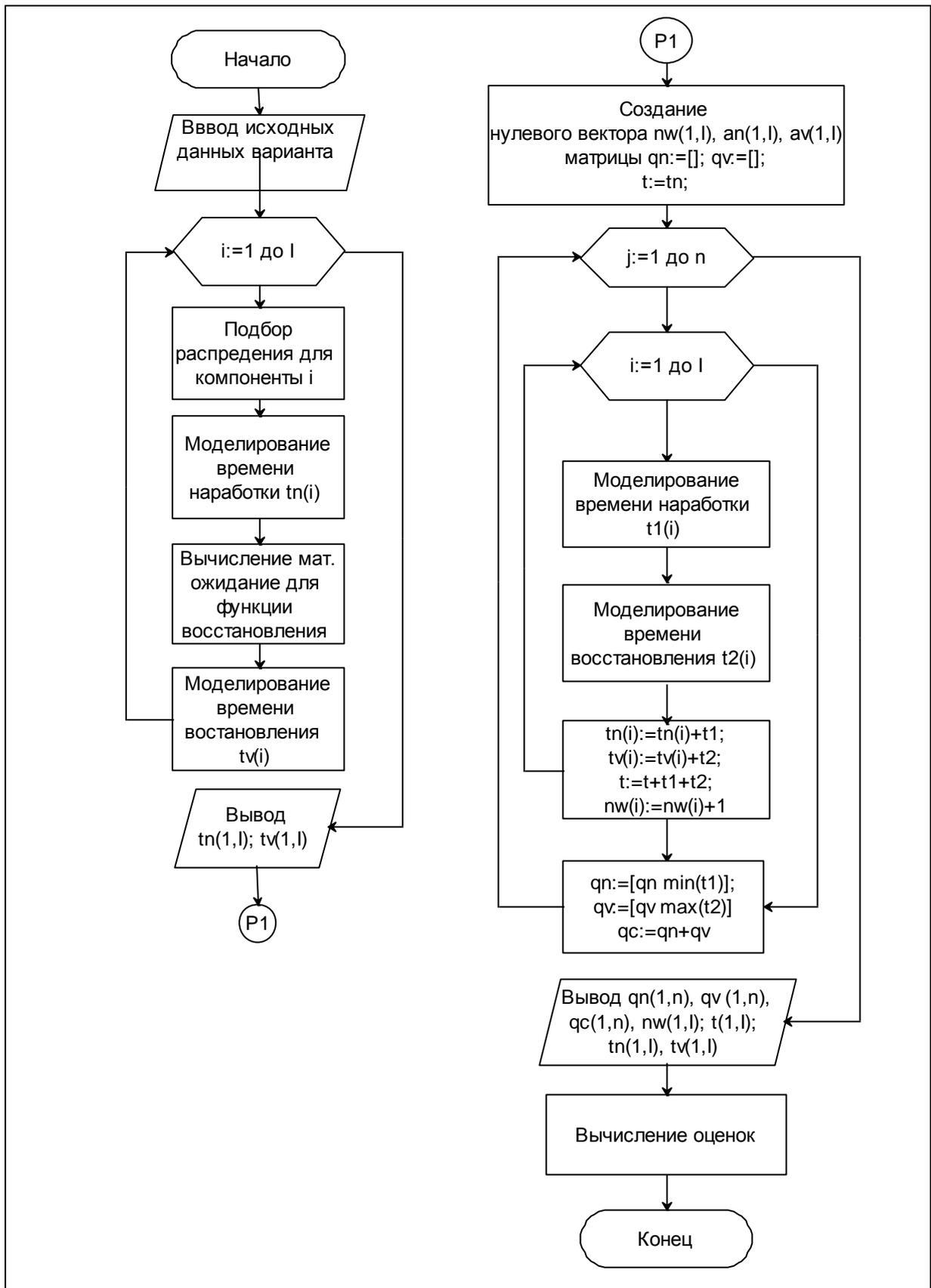


Рис. 2.14 Алгоритм компьютерного моделирования для варианта С

Режим испытания оборудования

При выполнении режима испытания оборудования появляется окно ввода исходных данных и меню (рис. 2.15).

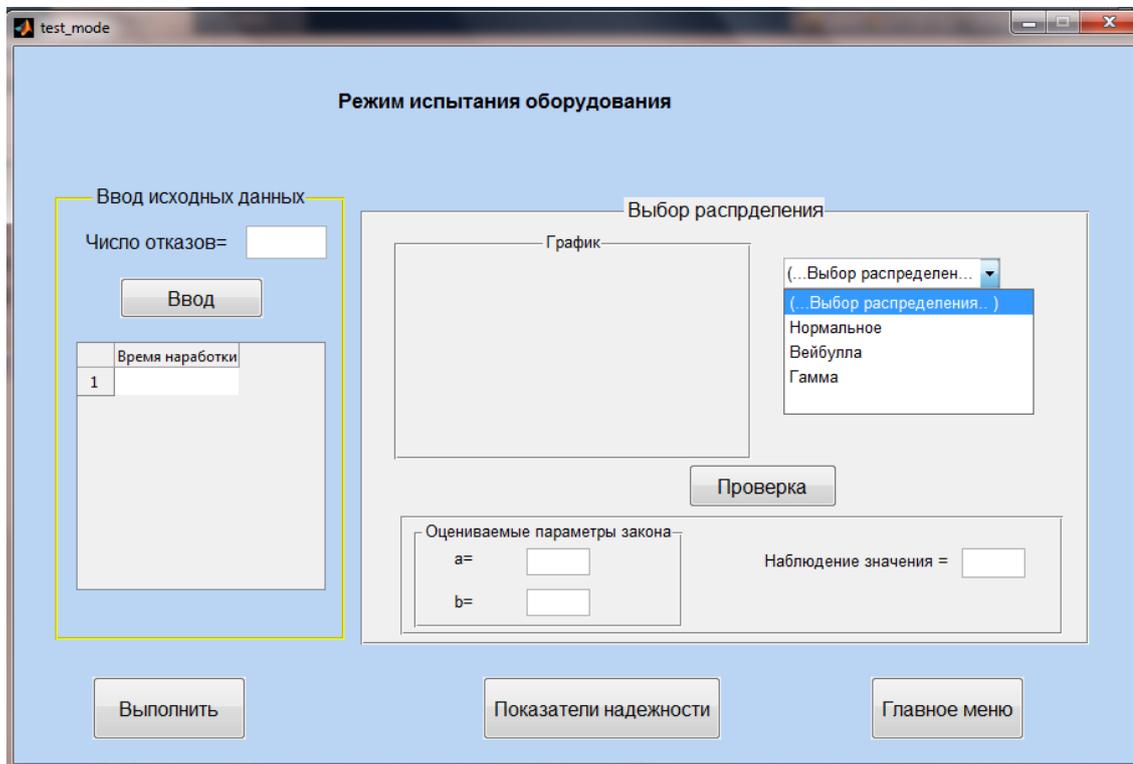


Рис. 2.15. Окно выполнения режима испытания

В первую очередь надо задать число отказов. Затем нажать на кнопку «Ввод» для ввода статистических данных. Это шаг соответствует блоку 10 (рис. 2.5). После этого необходимо нажать кнопку «Выполнить», чтобы построить гистограмму наработки оборудования.

Кнопкой «Проверка» можно проверить выбранное распределение из списка по модифицированному критерию Колмогорова.

При нажатии на кнопку «Показатели надежности» осуществляется расчет оценок, которые выводятся в файл «testmode.txt».

Технология использования программного комплекса будет приведена в главе 3 при его апробации.

2.6. Выводы по главе 2

1. Проведена постановка и формализация задачи комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования, в которой определены: формализация многокомпонентного оборудования; режимы моделирования; варианты технического обслуживания; группы показателей надежности и их наименования; описана технология комплексного исследования показателей надежности.

2. Приведены вероятностные модели, используемые для описания компонент оборудования и самого оборудования. Эти модели могут описывать время наработки, восстановления либо цикла. Приведены алгоритмы определения параметров выбранных распределений по значениям математического ожидания и коэффициента вариации и алгоритмы моделирования значений случайных величин. Дополнительно приведены частные модели для описания времени наработки многокомпонентного оборудования в виде двухпараметрического линейного закона и двухпараметрического усеченного показательного закона.

3. Созданы и описаны численные модели, содержащие вычислительные алгоритмы оценки основных показателей надежности по данным компьютерного моделирования, включая алгоритмы моделирования значений случайных величин. Эти модели, как разновидность численного вероятностного анализа, являются научной новизной работы и содержат: численную вероятность безотказной работы (2.3.30), численную среднюю наработку (2.3.31), численный гамма-процентный ресурс (2.3.33), численную вероятность безотказной работы для остаточного ресурса (2.3.35), численный средний остаточный ресурс (2.3.36), численный гамма-процентный остаточный ресурс (2.3.37).

4. Разработаны и описаны численные модели, содержащие вычислительные алгоритмы оценки дополнительных показателей надежности по данным компьютерного моделирования. Эти модели, как разновидность численного вероятностного анализа, являются научной новизной работы и содержат: вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов и

функции отказов для обычного процесса восстановления (2.4.1); вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока восстановления и функции восстановления для альтернирующего процесса восстановления (2.4.26); численную модель для коэффициента оперативной готовности (2.4.32) и коэффициента готовности (2.4.34). Предложена интервальная оценка (доверительный интервал) для коэффициента готовности многокомпонентного оборудования (2.4.36) с учетом (2.4.37).

5. Используя созданное алгоритмическое обеспечение, создан программный комплекс для комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования, включающего два режима работы (режим компьютерного моделирования и режим испытаний оборудования), варианты технического обслуживания, вычисление основных и дополнительных показателей надежности численными методами и основных показателей надежности аналитическими методами. Программный комплекс реализован на языке программирования пакета MATLAB.

3. АПРОБАЦИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

3.1. Типы вычислительных методов и исходные данные для комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования

Алгоритмическое и программное обеспечение диссертационного исследования посвящено исследованию показателей надежности сложного оборудованию по двум режимам:

1) Режим компьютерного моделирования. В этом режиме рассматривается восстанавливаемое многокомпонентное оборудование, содержащее I компонентов. Каждый компонент описывается простым или альтернирующим процессом восстановления. Показатели надежности оцениваются и исследуются по результатам компьютерного моделирования;

2) Режим испытания оборудования. В этом режиме оборудование рассматривается как единый объект. Показатели надежности оцениваются и исследуются по результатам испытаний.

Как отмечено в главе 2, важное отличие режима компьютерного моделирования от режима испытаний заключается в размере используемых выборок. Для режима компьютерного моделирования объем выборки значителен (десятки тысяч), а для режима испытаний – десятки значений. В проводимом исследовании объем выборки при компьютерном моделировании выбран 20000. Данный объем выборки обеспечивает относительную погрешность оценки математического ожидания меньше 1-го процента.

Подробнее технология комплексного исследования показателей надежности, алгоритмическое обеспечение оценки этих показателей приведены в главе 2. Там же описано программное обеспечение, обеспечивающее комплексного

исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования для обоих направлений.

Главное окно программного обеспечения приведено на рисунке 2.6.

В соответствии с особенностями технического обслуживания (ремонтных работ) компонентов, для первого режима рассмотрено три варианта:

Вариант *A*: при отказе оборудования происходит восстановление только отказавшей компоненты, временем восстановления можно пренебречь (многокомпонентное оборудование характеризуется временем его наработки);

Вариант *B*: при отказе оборудования происходит восстановление всех компонент, временем восстановления можно пренебречь (многокомпонентное оборудование характеризуется временем его наработки);

Вариант *C*: при отказе оборудования происходит восстановление всех компонент, время восстановления учитывается (многокомпонентное оборудование характеризуется временем его наработки, восстановления и цикла).

Показатели надежности разделены на две группы:

1) основные, которые присущи оборудованию не зависимо от варианта обслуживания;

2) дополнительные, которые зависят от варианта обслуживания.

К основным показателям надежности отнесено:

- средняя наработка;
- гамма-процентный ресурс;
- средний остаточный ресурс;
- гамма-процентный остаточный ресурс.

Для вариантов *A* и *B* дополнительными показателями надежности являются параметр потока отказов и функция отказов, а для варианта *C* – параметр потока восстановления, функция восстановления, коэффициент оперативной готовности и коэффициент готовности.

На рисунке 3.1. приведена связь режимов комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования с типами вычислительными методов при их оценки. Дадим описание этих типов.

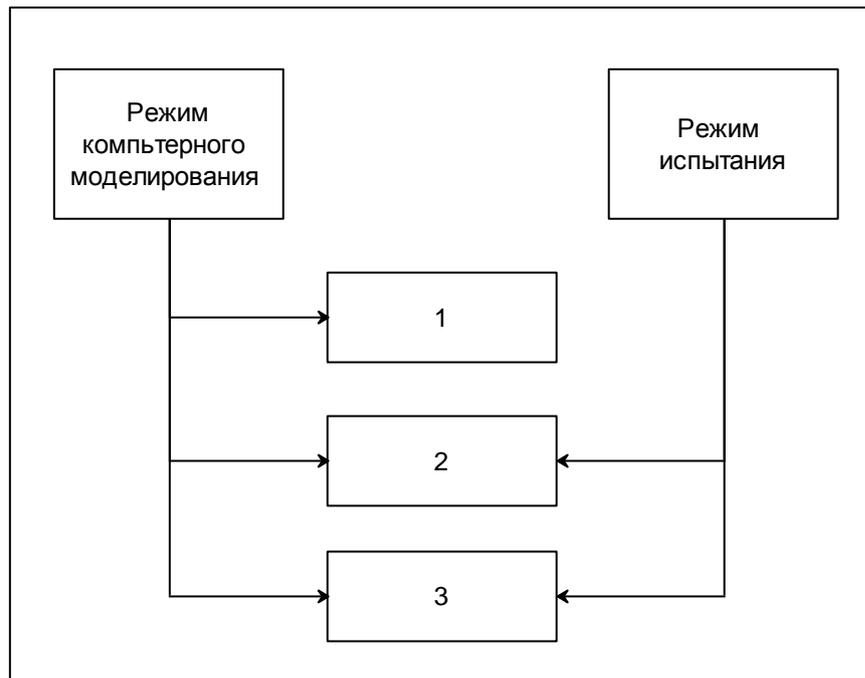


Рис. 3.1. Связь режимов исследования с типами используемых методов

1. Численные модели, реализованные вычислительными алгоритмами, использующие информацию компьютерного моделирования. При оценке основных показателей надежности, а также коэффициента оперативной готовности и коэффициента готовности используются модели вероятности безотказной работы (2.3.30) и вероятности безотказной работы для остаточного ресурса (2.3.35). Для параметра потока отказов и функции отказов величины x_{il} (2.4.20) моделируются по модели (2.3.40) или (2.3.40*). Объем выборки для этих случаев определяется по формуле (2.4.23). Этот тип вычислительного метода является универсальным, так как позволяет оценивать основные и дополнительные показатели надежности многокомпонентного оборудования.

2. Численные модели, реализованные вычислительными алгоритмами, но результаты компьютерного моделирования или испытаний аппроксимируются теоретическим распределением. При подборе теоретического распределения для режима компьютерного моделирования используется критерий хи-квадрат (2.3.26), а для режима испытаний – модифицированный критерий Колмогорова (2.3.24) или (2.3.25). Этот тип вычислительного метода рекомендуется для оценки дополнительных показателей надежности оборудования. Величины x_{il}

(2.4.20) моделируются по алгоритму моделирования случайных величин, выбранного теоретического распределения (параграф 2.2.2).

3. Аналитический подход, который основан на подобранном теоретическом распределении. При использовании этого типа вычислительного метода оцениваются основные показатели надежности оборудования по моделям, описанным в параграфе 2.3.1.

Первый тип вычислительного метода основной, т.к. он не требует подбора теоретического распределения. Чтобы обосновать высокую точность этого типа он в следующих параграфах тестируется вторым и третьим типами. Напомним, что разработанные алгоритмы относятся к методам численного вероятностного анализа.

Результаты апробации и тестирования созданных в диссертационной работе вычислительных алгоритмов изложены в работах автора [59, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79].

В таблицах (3.1-3.5) приведены исходные данные для комплексного исследования показателей надежности. Эти данные получены по материалам литературных источников [9, 11, 19, 25, 26, 47] и экспертных оценок. Единица измерения времени в таблицах (3.1-3.4) – месяцы (мес.), а в таблице 3.5 – годы (год.).

Таблица 3.1

Исходные данные при $I=4$

Компоненты	М	Г	Э	У
ФР для наработки ($F_i(t)$)	N	LN	W	BS
\bar{t}_{ni} (МОН), мес.	9,0	12,0	20,0	25,0
k_{vi} (КВН)	0,25	0,45	0,45	0,40

Таблица 3.2

Исходные данные при $I=6$

Компоненты	М	Г	Р	Э	У1	У2
ФР для наработки ($F_i(t)$)	N	LN	W	W	BS	BS
\bar{t}_{ni} (МОН), мес.	9,0	12,0	20,0	20,0	25,0	25,0
k_{vi} (КВН)	0,25	0,45	0,45	0,45	0,40	0,40

Таблица 3.3

Исходные данные при $I=4$

Компоненты	М	Г	Э	У
ФР для наработки ($F_i(t)$)	N	LN	W	G
\bar{t}_{ni} (МОН), мес.	9,0	12,0	17,0	20,0
k_{vi} (КВН)	0,13	0,75	0,70	0,35

Таблица 3.4

Исходные данные при $I=5$

Компоненты	М	Г	Э	Р	У
ФР для наработки ($F_i(t)$)	N	LN	W	W	BS
\bar{t}_{ni} (МОН), мес.	9,0	12,0	10,0	14,0	17,0
k_{vi}^H (КВН)	0,25	0,45	0,45	0,50	0,60
ФР для времени восстановления ($G_i(t)$)	G	G	G	G	G
\bar{t}_{ei} (МОВВ), мес.	1,11	1,33	0,99	1,91	2,10
k_{vi}^e (КВВВ)	0,30	0,45	0,50	0,40	0,60
Q_i (КГ)	0,89	0,90	0,91	0,88	0,89

Таблица 3.5

Наработки по отказам оборудования (режим испытания), год

2,5	4,8	5,3	5,8	6,0
6,7	6,9	7,4	7,5	7,9
8,4	8,6	8,7	9,1	9,2
9,5	9,9	10,1	10,6	11,0
11,5	12,2	14,0	15,8	17,3

В этих таблицах: M, Γ, Ξ, P, Y – компоненты (механическая, гидравлическая, электрическая, приводы, управление); N, LN, W, BS, G – виды функций распределения (ФР) для наработки ($F_i(t)$) и времени восстановления ($G_i(t)$) (нормальное, логнормальное, Вейбулла, Бирнбаума-Саундерса, гамма); \bar{t}_{in} – математическое ожидание времени наработки (МОН) для i -го компонента; \bar{t}_{gi} – математическое ожидание времени восстановления (МОВВ) для i -го компонента; k_{vi}^h – коэффициент вариации наработки (КВН) для i -го компонента; k_{vi}^e – коэффициент вариации времени восстановления (КВВВ) для i -го компонента; Q_i – коэффициент готовности (КГ) для i -го компонента; $i = \overline{1, I}$, где I – число компонентов.

Распределение этих исходных данных по вариантам и режимам приведено ниже (параграфы 3.2-3.5).

3.2. Исследование показателей надежности для режима компьютерного моделирования при варианте А

В этом параграфе исследуются типы вычислительных моделей 1, 2 и 3 (рис. 3.1) для режима компьютерного моделирования.

Случай шестикомпонентного оборудования

Объектом исследования является высокотехнологическое оборудование, содержащее шесть компонентов. Исходные данные приведены в таблице 3.2. В таблице 3.6. приведены оценки исходных данных, полученные компьютерным моделированием.

Таблица 3.6

Оценки исходных данных (табл. 3.2)

Компоненты	М	Г	Р	Э	У1	У2
\tilde{t}_{ni} (МОН), мес.	9,02	12,09	19,74	19,73	24,94	24,86
\tilde{k}_{vi} (КВН)	0,248	0,447	0,450	0,451	0,403	0,401

Результаты совпадают, что говорит о высоком качестве моделирования случайных величин с заданным законом распределения вероятностей (параграф 2.2.2).

Итоговым результатом имитационного моделирования является выборка наработок многокомпонентного оборудования объема n (2.1.2).

Для оценок исходных данных (табл. 3.6) получены следующие точечные и интервальные оценки математического ожидания наработки оборудования (2.1.5)

$$\tilde{t} = 2,127; (t_1; t_2) = (2,093; 2,161). \quad (3.2.1)$$

Точечная оценка коэффициента вариации наработки оборудования равна: 0,817 .

Рассмотрим численный метод оценки основных показателей надежности:

- средней наработки;
- гамма-процентного ресурса;
- среднего остаточного ресурса;
- гамма-процентного остаточного ресурса.

Статистическая вероятность безотказной работы (2.3.29) приведена на рисунке 3.2.

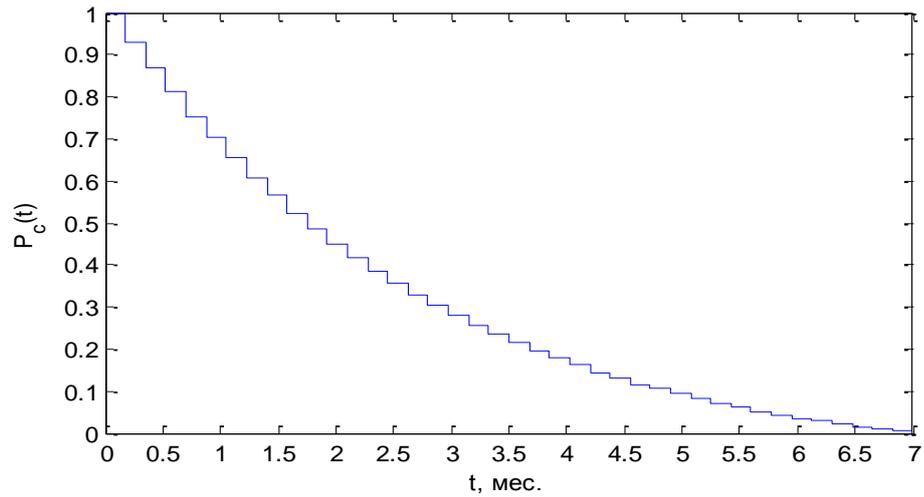


Рис. 3.2. Статистическая вероятность безотказной работы, вариант A

Численная вероятность безотказной работы (2.3.30) приведена на рисунке 3.3 (линия 1).

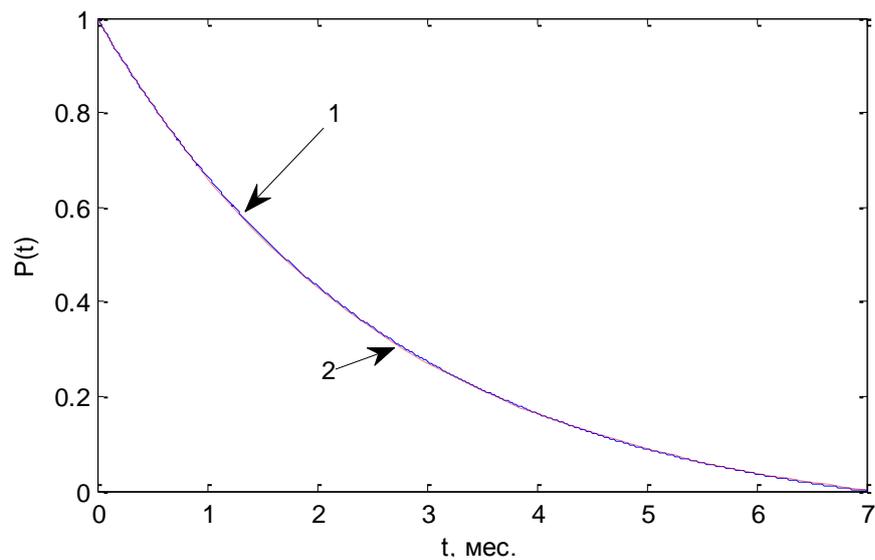


Рис. 3.3. Численная (1) и теоретическая (2) вероятности безотказной работы

Численная средняя наработка (2.3.31) равна

$$\bar{t}_r = 2,128(\text{мес.}).$$

Полученное значение попадает в доверительный интервал (3.2.1), что подтверждает качество численной модели (2.3.31).

Численный гамма-процентный ресурс (2.3.33) при $\gamma=0,90$ равен

$$t_r(\gamma) = 0,262 \text{ (мес.)}. \quad (3.2.2)$$

Найдем по модели (2.3.35) численный средний остаточный ресурс при $x = 1,4 \Rightarrow j = 8$

$$\tilde{y}_{1,4} = \frac{7}{40} \left[0,5 + \sum_{i=1}^{32} p_8(i) \right] = 1,885 \text{ (мес.)}. \quad (3.2.3)$$

Найдем по модели (2.3.37) численный гамма-процентный остаточный ресурс при $x = 1,4$ (мес.), $\gamma = 0,90$

$$\tilde{y}_0(1,4) = 0,254 \text{ (мес.)}. \quad (3.2.4)$$

Тестирование численных результатов (использование усеченного показательного распределения)

На рисунке 3.4 представлена гистограмма частот для 6-и компонентного оборудования, полученная по выборке наработок.

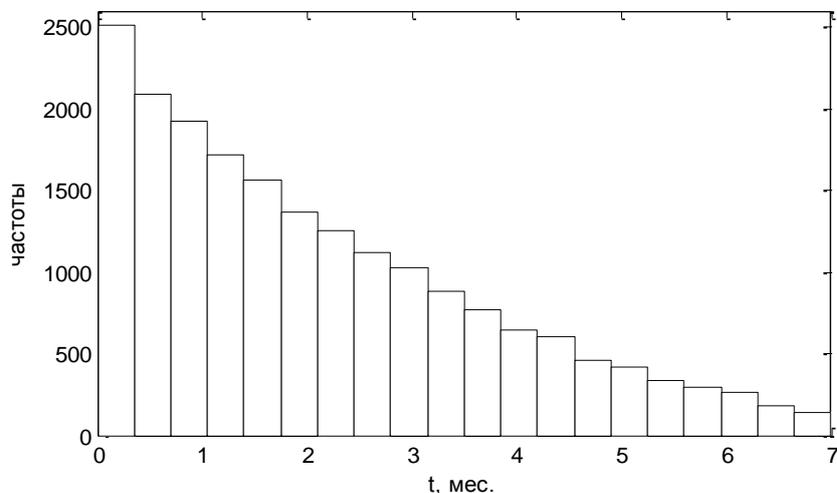


Рис. 3.4. Гистограмма частот наработки для 6-и компонентного оборудования, вариант *A*

Была выдвинута гипотеза о том, что генеральная совокупность, из которой получена эта выборка, имеет двухпараметрическое усеченное показательное распределение (2.2.70-2.2.74).

Зная оценки математического ожидания (2.2.73) и коэффициента вариации (2.2.74), методом моментов найдем параметры b и λ . Учитывая наличие «хвостов» при имитационном моделировании многофакторной случайной величины, которой является наработка многокомпонентного оборудования, за величину b рекомендуется принять не максимальное значение, а значение при котором число выборочных значений составляет 98%.

В этом случае $b=7$ (мес.) а оценка математического ожидания $\tilde{t} = 2,13$ (мес.). Решая уравнение (2.3.15), получим $\lambda=0,37$ (1/мес.).

При этих значениях параметров и числе интервалов 20 расчетное значение критерия хи-квадрат (2.3.26) равно 22,4. Это позволило при уровне значимости 0,05 принять гипотезу об усеченном показательном законе, т.к. критическое значение равно 27,6.

На рисунке 3.3 (линия 2) приведена теоретическая вероятность безотказной работы (2.2.71) для двухпараметрического усеченного показательного распределения при $b=7$ (мес.), $\lambda=0,37$ (1/мес.). Линии 1 и 2 хорошо совпали, что подтверждает высокую точность предложенных численных моделей.

Для двухпараметрического усеченного показательного распределения при $b=7$ (мес.), $\lambda=0,37$ (1/мес.):

гамма-процентный ресурс (2.3.16) при $\gamma=0,90$ равен

$$t_0 = 0,262 \text{ (мес.);} \quad (3.2.5)$$

средний остаточный ресурс (2.3.18) при $x=1,4$

$$y_{1,4} = 1,895 \text{ (мес.);} \quad (3.2.6)$$

гамма-процентный остаточный ресурс (2.3.19) при $\gamma=0,90$ равен

$$y_0(1,4) = 0,248 \text{ (мес.).} \quad (3.2.7)$$

Сравнение оценок основных показателей, полученных по предложенным численным моделям (3.2.2, 3.2.3, 3.2.4) и по двухпараметрическому усеченному показательному распределению при $b=7$ (мес.), $\lambda=0,37$ (1/мес.) (3.2.5, 3.2.6, 3.2.7), подтверждает высокую точность предложенных численных моделей.

На рисунке 3.5 представлены численная (2.3.35) (линия 1) и теоретическая (2.3.17) (линия 2) вероятности безотказной работы для остаточного ресурса при $t = 1,4$ (мес.), ($b=7, J=40, j=8$). Наблюдается очень хорошее совпадение.

Таким образом, в результате компьютерного эксперимента показана высокая точность оценки основных показателей надежности многокомпонентного оборудования для варианта A его обслуживания.

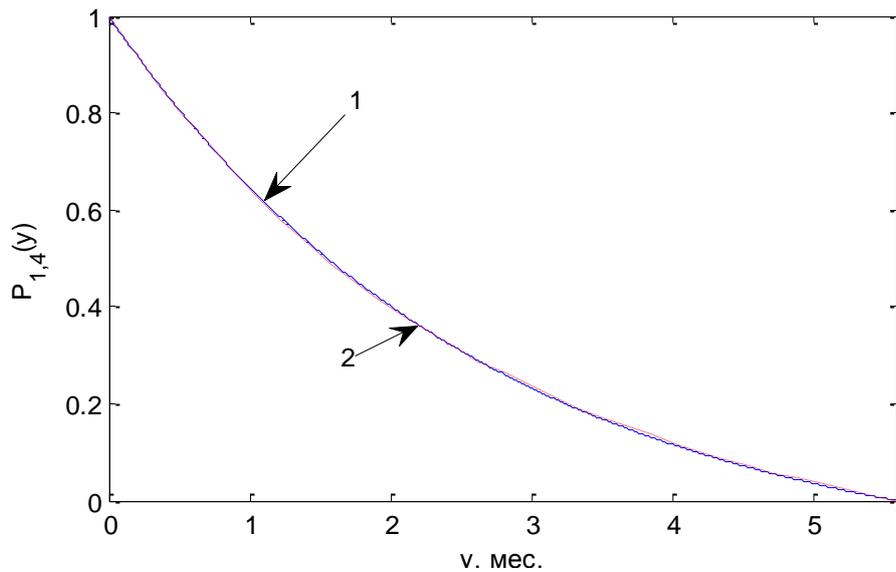


Рис. 3.5. Численная (1) и теоретическая (2) вероятности безотказной работы для остаточного ресурса

Случай четырехкомпонентного оборудования

Объектом исследования является высокотехнологическое оборудование, содержащее четыре компонента. Исходные данные приведены в таблице 3.1.

В таблице 3.7. приведены оценки исходных данных, полученных компьютерным моделированием.

Таблица 3.7

Оценки исходных данных (табл. 3.1)

Компоненты	М	Г	Э	У
\tilde{t}_{ni} (МОН), мес.	9,00	12,01	19,86	24,94
\tilde{k}_{vi} (КВН)	0,250	0,449	0,451	0,402

Результаты совпадают, что подтверждает высокое качество моделирования случайных величин с заданным законом распределения вероятностей.

Итоговым результатом имитационного моделирования является выборка наработок многокомпонентного оборудования объема n (2.1.2).

Для оценок исходных данных (табл. 3.7) получены следующие точечные и интервальные оценки математического ожидания наработки оборудования (2.1.5)

$$\tilde{t} = 3,510 ; (t_1; t_2) = (3,491; 3,519). \quad (3.2.8)$$

Точечная оценка коэффициента вариации наработки оборудования равна:

$$0,714.$$

На рисунке 3.6 представлена гистограмма частот времени наработки оборудования, число интервалов равно 20.

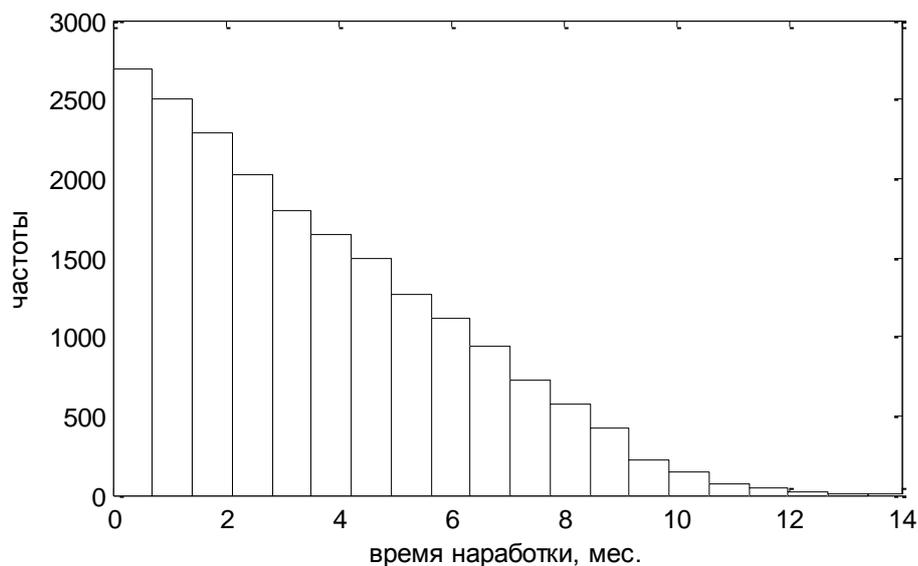


Рис. 3.6. Гистограмма частот для времени наработки оборудования

Исходя из формы гистограммы, была выдвинута гипотеза о линейном законе наработки (2.2.62).

Учитывая, что оценка коэффициента вариации времени наработки оборудования при имитационном моделировании равна 0,714, примем $a=1$. В этом случае плотность (2.2.64) имеет вид

$$f(t) = \frac{2}{b^2} (b - t), \quad 0 \leq t \leq b. \quad (3.2.9)$$

Математическое ожидание

$$\bar{t} = \frac{b}{3}. \quad (3.2.10)$$

Используя метод моментов, из (3.2.10) получим следующее значение параметра: $b = 3\bar{t} = 10,5$.

На рисунке 3.7 представлены эмпирическая и теоретическая (3.2.9) плотности распределения вероятностей времени наработки оборудования.

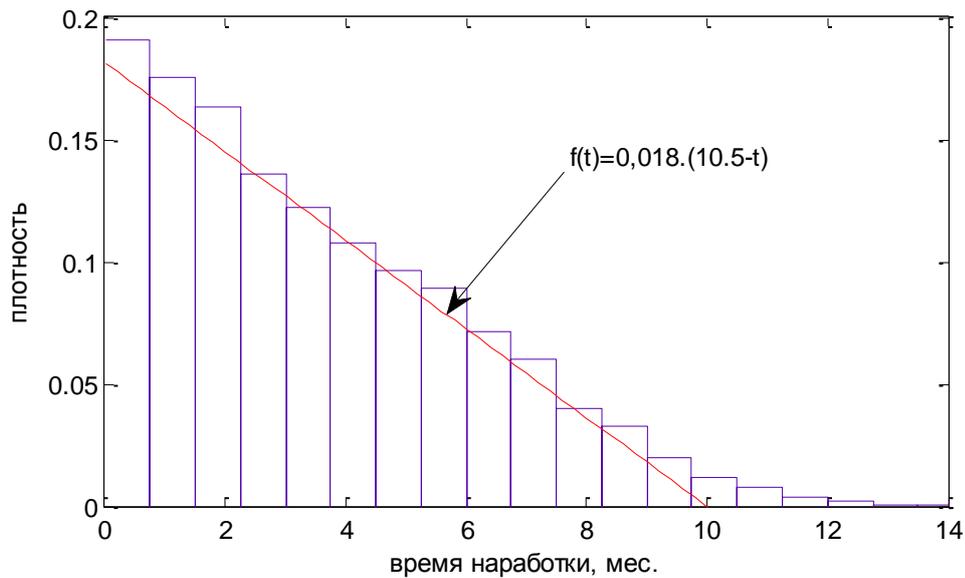


Рис. 3.7. Эмпирическая и теоретическая плотности распределения вероятностей времени наработки оборудования

Проверим гипотезу о том, что теоретическое распределение статистически соответствует эмпирическому. В качестве критерия согласия используем критерий Пирсона (χ^2) (2.3.26), $\chi^2_{\text{набл}}=21,7$. При уровне значимости $q=0,05$, $\chi^2_q(14)=23,7$ (число интервалов стало 16). Исходя из полученных результатов можно принять гипотезу о том, что выборочные значения времени наработки оборудования, полученные по исходным данным (табл. 3.1), можно аппроксимировать распределением (3.2.9) при $q=0,05$ и $b = 10,5$.

В главе 2 найден параметр потока отказов для плотности (3.2.9) – (2.4.11) и функция отказов – (2.4.15).

Рассмотрим численный метод оценки дополнительных показателей надежности (параграф 2.4.1):

- функции отказов;
- параметра потока отказов.

Пусть $b = 10,5$; $J = 100$; $L = 50000$; $J_m = 200$. Найдем численный параметр потока отказов (2.4.19) по результатам компьютерного моделирования, величины x_{ij} в формуле (2.4.20) моделируются по формуле (2.3.40*).

Объем выборки (2.4.23) $n_0 = 287632$. Сначала найдем точечную и интервальную оценки (2.4.24), (2.4.25) для математического ожидания наработки

$$\tilde{t} = 3,499 ; (t_1; t_2) = (3,490; 3,508). \quad (3.2.11)$$

Математическое ожидание наработки $\bar{t} = \frac{b}{3} = 3,5$ попадает в доверительный интервал (3.2.11). Отметим, что доверительные интервалы (3.2.11) и (3.2.8) пересекаются, что подтверждает высокое качество моделирования.

На рисунке 3.8 представлены значения численного (2.4.19, линия 1) и теоретического (2.4.11, линия 2) параметра потока отказов при $b = 10,5$; $0,286$ – это предельное значение, равное $\frac{1}{\tilde{t}} = \frac{3}{b}$ (линия 3). Параметр потока отказов для линейного распределения, начиная со значения $\frac{2}{b} = 0,190$ увеличивается, превышает предельное значение, а затем колеблется около этого значения.

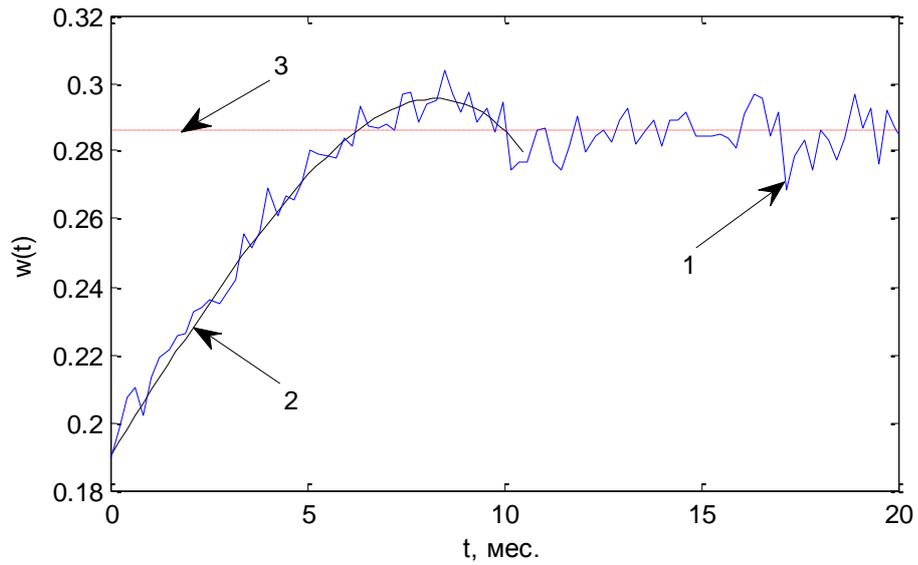


Рис. 3.8. Значения численного (1) и теоретического (2) параметра
потока отказов

Учитывая хорошее совпадение значений, вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов (2.4.19) рекомендуется для общего случая, когда не ставится задача подбора теоретического распределения для наработки по результатам компьютерного моделирования многокомпонентного оборудования.

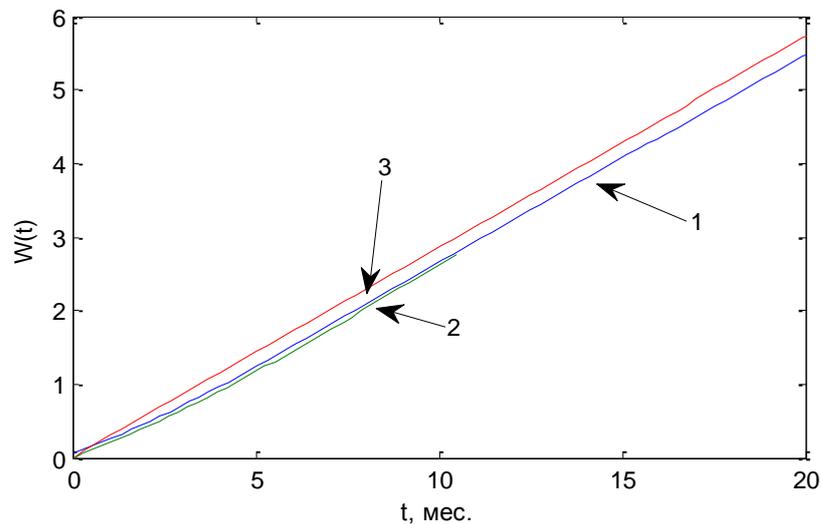


Рис. 3.9. Значения численной (1) и теоретической (2)
функции отказов

На рисунке 3.9 представлены значения оценки функции отказов (2.4.17), полученные по результатам компьютерного моделирования (линия 1), теоретическая функция отказов (2.4.15) для линейного распределения (линия 2) и прямая $\frac{t}{\tilde{t}} = 0,286 \cdot t$ (линия 3).

Как видно из графиков (рис. 3.9), функции (2.4.17) и (2.4.19) на интервале изменения наработки линейного распределения практически совпадают, а начиная приблизительно со значения 10 месяцев, параллельны прямой. Полученные результаты также подтверждают корректность предложенного вычислительного алгоритма. Таким образом, в результате компьютерного эксперимента показана высокая точность оценки дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования для варианта *A* его обслуживания.

3.3. Исследование показателей надежности многокомпонентного оборудования для варианта *B*

В этом параграфе на примере шестикомпонентного оборудования (табл. 3.2) показано, как меняется гистограмма наработки оборудования и значения оценок для наработки при изменении варианта технического обслуживания.

Используя результат (2.2.80), проведено тестирование варианта *B*. Для исходных данных (табл. 3.3) осуществлено исследование показателей надежности по основному типу вычислительного метода (рис. 3.1).

Случай шестикомпонентного оборудования

Объектом исследования является высокотехнологическое оборудование, содержащее шесть компонентов. Исходные данные приведены в таблице 3.2.

В таблице 3.6. приведены оценки исходных данных, полученные компьютерным моделированием.

Итоговым результатом имитационного моделирования является выборка наработок многокомпонентного оборудования объема n (2.1.2).

Для оценок исходных данных (табл. 3.6) получены следующие точечные и интервальные оценки математического ожидания наработки оборудования (2.1.5)

$$\tilde{t} = 7,613; (t_1; t_2) = (7,582; 7,644). \quad (3.3.1)$$

Точечная оценка коэффициента вариации наработки оборудования равна: 0,294 .

Гистограмма частот наработки оборудования для варианта *B* приведена на рисунке 3.10.

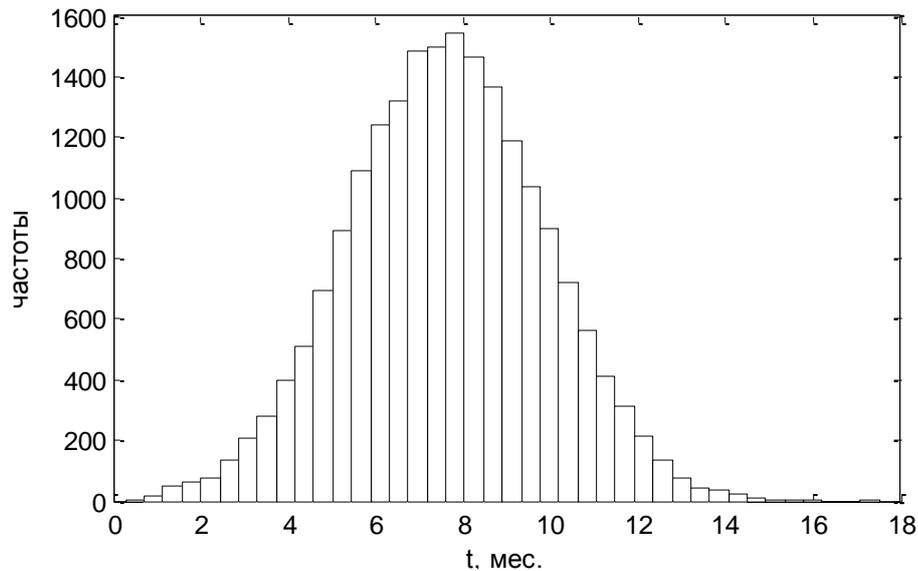


Рис. 3.10. Гистограмма частот наработки оборудования, вариант *B*

Сравнивая гистограммы 3.4 и 3.10, значения точечных и интервальных оценок математического ожидания наработки оборудования (3.2.1) и (3.3.1), а также точные оценки коэффициента вариации наработки оборудования, можно сделать вывод о влиянии вариантов технического обслуживания на показатели надежности многокомпонентного оборудования при одинаковом описании его компонент. Для варианта *B* средняя наработка оборудования значительно больше, чем для варианта *A*, а коэффициент вариации наоборот значительно меньше, хотя исходные данные одинаковые. Различие в математическом описании этих вариантов приведено в параграфе 2.2.3.

Тестирование варианта В

В параграфе 2.2.3 показано, что для варианта *В* в случае, когда наработки компонент имеют показательный закон, наработка оборудования также имеет показательный закон (2.2.80).

Рассмотрим случай, когда число компонент равно 3, закон наработки компонент показательный с математическим ожиданием 10,0 мес.

В результате моделирования получены следующие точечные и интервальные оценки математического ожидания наработки оборудования (2.1.5)

$$\tilde{t} = 3,302; (t_1; t_2) = (3,256; 3,348). \quad (3.3.2)$$

Точная оценка коэффициента вариации наработки оборудования равна:

$$1,0.$$

Теоретическое значение математического ожидания t_{cp} (2.2.80), равное 3,333, попадает в доверительный интервал (3.3.2), что подтверждает высокое качество моделирования варианта *В*. Дополнительно напомним, что коэффициент вариации для показательного распределения равно 1,0. Это значение получилось и при моделировании.

Случай четырехкомпонентного оборудования

В таблице 3.8. приведены оценки исходных данных, полученные компьютерным моделированием.

Таблица 3.8

Оценки исходных данных (табл. 3.3)

Компоненты	М	Г	Э	У
\tilde{t}_{ni} (МОН), мес.	9,00	12,03	17,09	19,98
\tilde{k}_{vi} (КВН)	0,130	0,745	0,697	0,354

Результаты совпадают, что подтверждает высокое качество моделирования случайных величин с заданным законом распределения вероятностей.

Итоговым результатом имитационного моделирования является выборка наработок многокомпонентного оборудования объема n (2.1.2).

Для оценок исходных данных (табл. 3.8) получены следующие точечные и интервальные оценки математического ожидания наработки оборудования (2.1.5)

$$\tilde{t} = 6,596; (t_1; t_2) = (6,561; 6,631). \quad (3.3.3)$$

Точечная оценка коэффициента вариации наработки оборудования равна:

$$0,385.$$

На рисунке 3.11 представлена гистограмма частот времени наработки оборудования, число интервалов равно 40. Вид гистограммы не позволяет выдвинуть гипотезу о теоретическом распределении времени наработки оборудования. Это достаточно распространенная ситуация, когда мы оборудование рассматриваем как многокомпонентное.

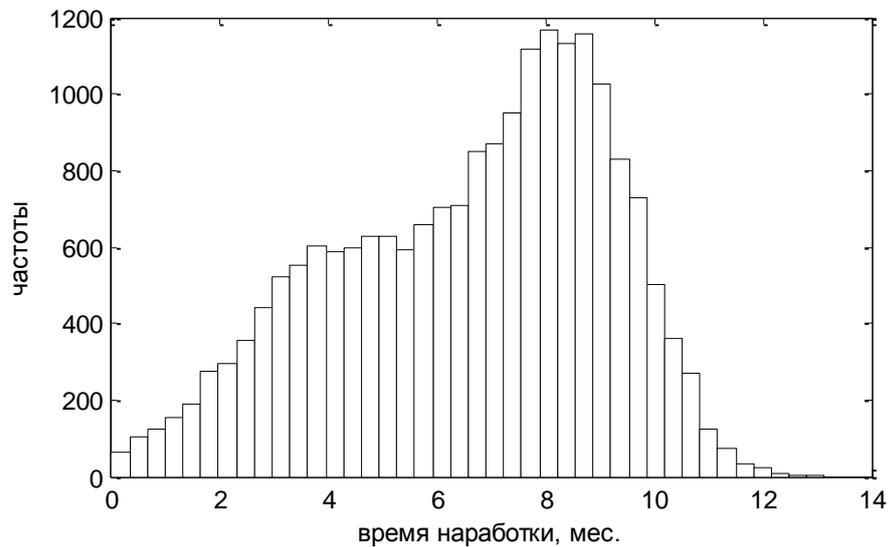


Рис. 3.11. Гистограмма частот для времени наработки оборудования

Учитывая выше приведенное тестирование, а также результаты тестирования предложенных в диссертации численных методов оценки основных и дополнительных показателей надежности, приведенных в параграфе 3.2, применим основной тип вычислительного метода (рис. 3.1) для исходных данных таблицы 3.3.

Рассмотрим численный метод оценки основных показателей надежности:

- средней наработки;
- гамма-процентного ресурса;

- среднего остаточного ресурса;
- гамма-процентного остаточного ресурса.

Статистическая вероятность безотказной работы (2.3.29) приведена на рисунке 3.12.

Численная вероятность безотказной работы (2.3.30) приведена на рисунке 3.13.

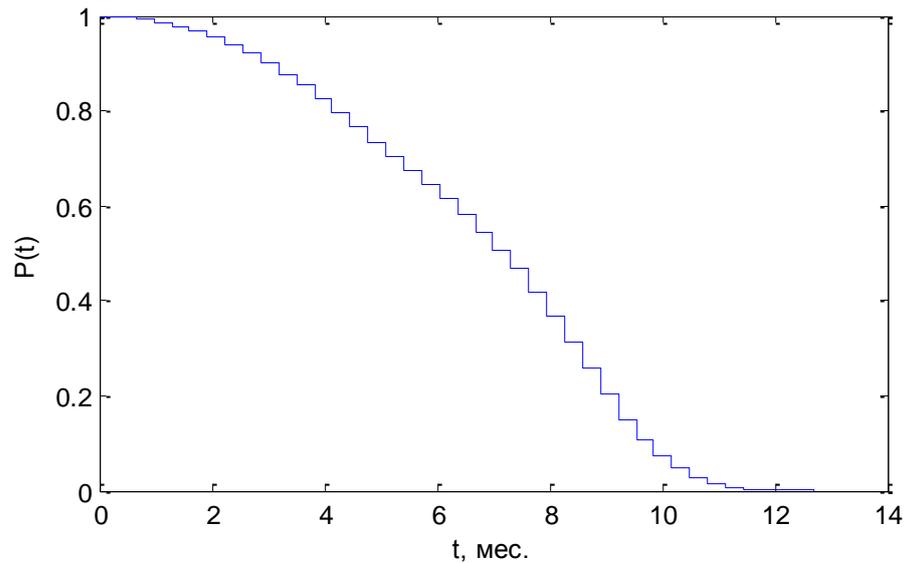


Рис. 3.12. Статистическая вероятность безотказной работы

Численная средняя наработка (2.3.31) равна

$$\bar{t}_r = 6,596(\text{мес.}).$$

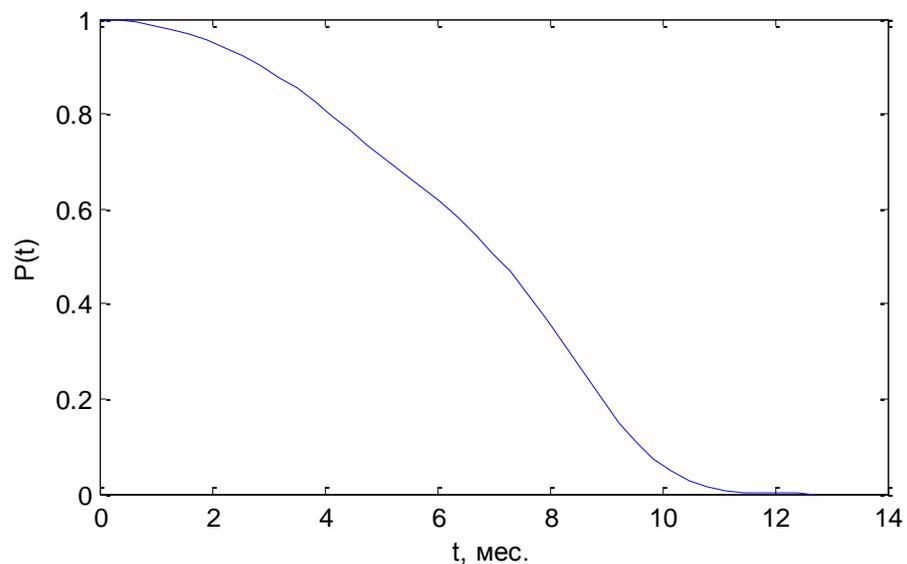


Рис. 3.13. Численная вероятность безотказной работы

Полученное значение попадает в доверительный интервал (3.3.3), что подтверждает качество численной модели (2.3.31) для варианта *B*.

Численный гамма-процентный ресурс (2.3.33) при $\gamma=0,90$ равен

$$t_r(\gamma) = 2,866 \text{ (мес.)}. \quad (3.3.4)$$

На рисунке 3.14 представлена численная (2.3.35) вероятность безотказной работы для остаточного ресурса при $t = 2,86$ (мес.), ($b=12,71$, $J=40$, $j=9$).

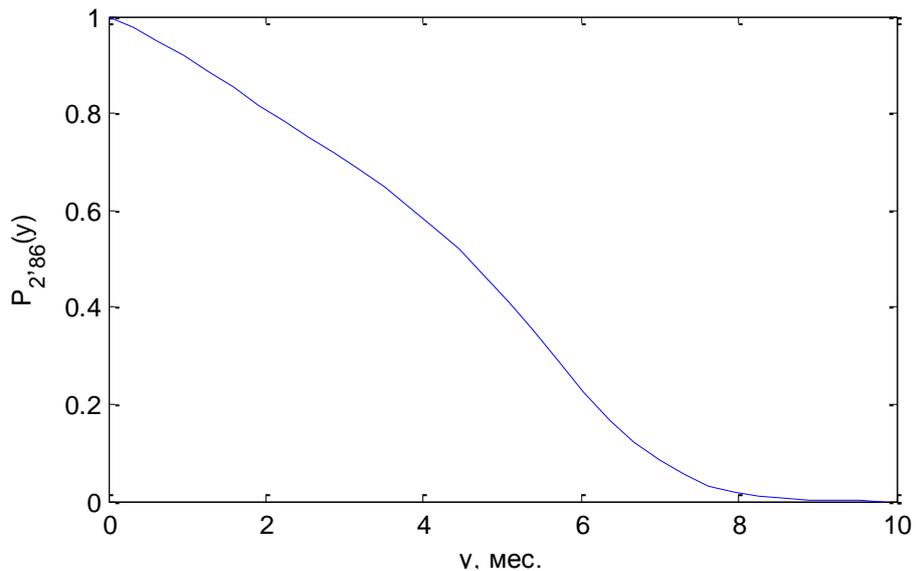


Рис. 3.14. Численная вероятность безотказной работы для остаточного ресурса

Найдем по модели (2.3.35) численный средний остаточный ресурс при $x = 2,86 \Rightarrow j = 9$

$$\tilde{y}_{2,86} = \frac{9}{40} \left[0,5 + \sum_{i=1}^{31} p_9(i) \right] = 3,015 \text{ (мес.)}. \quad (3.3.5)$$

Найдем по модели (2.3.37) численный гамма-процентный остаточный ресурс при $x = 2,86$ (мес.), $\gamma=0,90$

$$\tilde{y}_0(2,86) = 1,138 \text{ (мес.)}. \quad (3.3.6)$$

Рассмотрим численный метод оценки дополнительных показателей надежности.

На рисунке 3.15 представлены значения численного (2.4.19, линия 1) параметра потока отказов и предельное значение, равное $\frac{1}{\lambda t} = 0,152$ (линия 2).

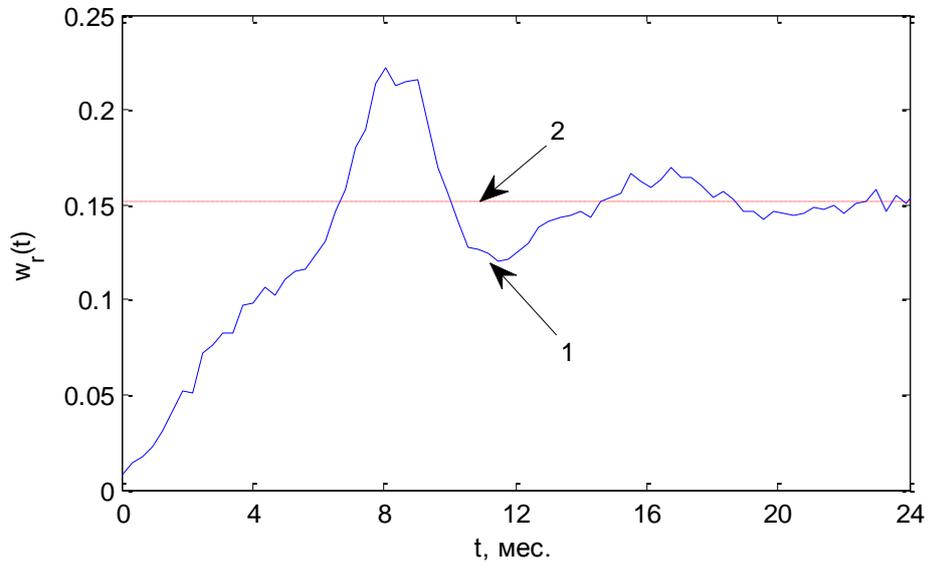


Рис. 3.15. Численный параметр потока отказов

На рисунке 3.16 представлены значения оценки функции отказов (2.4.17), полученные по результатам компьютерного моделирования (линия 1), и прямая $\frac{t}{\lambda t} = 0,152 \cdot t$ (линия 2).

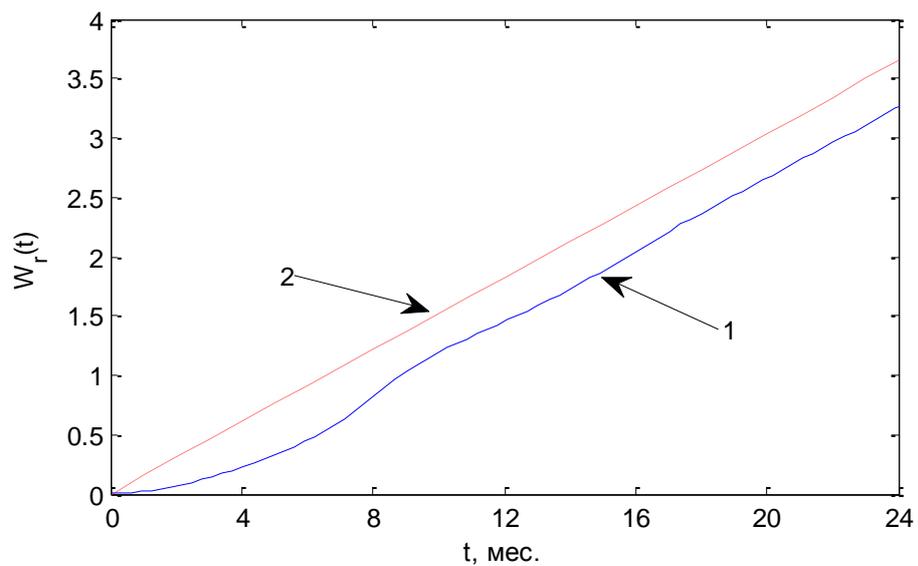


Рис. 3.16. Численная функция отказов

Рассмотренный в этом параграфе подход к оценке показателей надежности многокомпонентного оборудования является основным и не требует подбора теоретического распределения для времени наработки оборудования.

3.4. Исследование показателей надежности многокомпонентного оборудования для варианта С

Объектом исследования является высокотехнологическое оборудование, содержащее пять компонентов. Исходные данные приведены в таблице 3.4. В таблице 3.9. приведены оценки исходных данных, полученных компьютерным моделированием.

Результаты совпадают, что подтверждает высокое качество моделирования случайных величин с заданным законом распределения вероятностей.

Итоговым результатом имитационного моделирования является выборки времени наработки, восстановления и цикла многокомпонентного оборудования объема n (2.1.3, 2.1.4). В результате компьютерного моделирования получены следующие точечные оценки:

Таблица 3.9

Оценки исходных данных

Компоненты	М	Г	Э	Р	У
$\tilde{t}_{ин}$, мес.	9,0	12,10	10,08	13,97	17,05
$\tilde{t}_{ис}$, мес.	1,110	1,336	0,991	1,911	2,087
\tilde{Q}_i	0,890	0,900	0,910	0,880	0,891

- а) математического ожидания и коэффициента вариации наработки:

$$\tilde{t}_n = 6,288 \text{ (мес.)}, k_v^h = 0,353;$$

- б) математического ожидания и коэффициент вариации времени восстановления:

$$\tilde{t}_g = 2,660 \text{ (мес.)}, k_v^g = 0,382;$$

с) математического ожидания и коэффициента вариации цикла:

$$\tilde{t}_c = 8,948 \text{ (мес.)}, k_v = 0,272;$$

d) коэффициента готовности оборудования (2.4.35):

$$\tilde{Q}_0 = 0,703.$$

Используя (2.4.36, 2.4.37) , получим доверительный интервал для коэффициента готовности при $\gamma = 0,95$ ($z_\gamma = 1,96$)

$$(Q_1; Q_2) = (0,701; 0,705) . \quad (3.4.1)$$

По алгоритмам (2.3.31), (2.4.33) найдем:

a) численную среднюю наработку

$$\bar{t}_r = 6,289 \text{ (мес.)}, \quad (3.4.2)$$

b) численный средний цикл

$$\bar{t}_{rc} = 8,951 \text{ (мес.)}. \quad (3.4.3)$$

Значения (3.4.2, 3.4.3) близки к точечным оценкам, полученным по результатам компьютерного моделирования.

По алгоритму (2.4.34) с учетом (3.4.2, 3.4.3), получим $Q_{0r} = 0,703$. Данное значение попало в доверительный интервал (3.4.1).

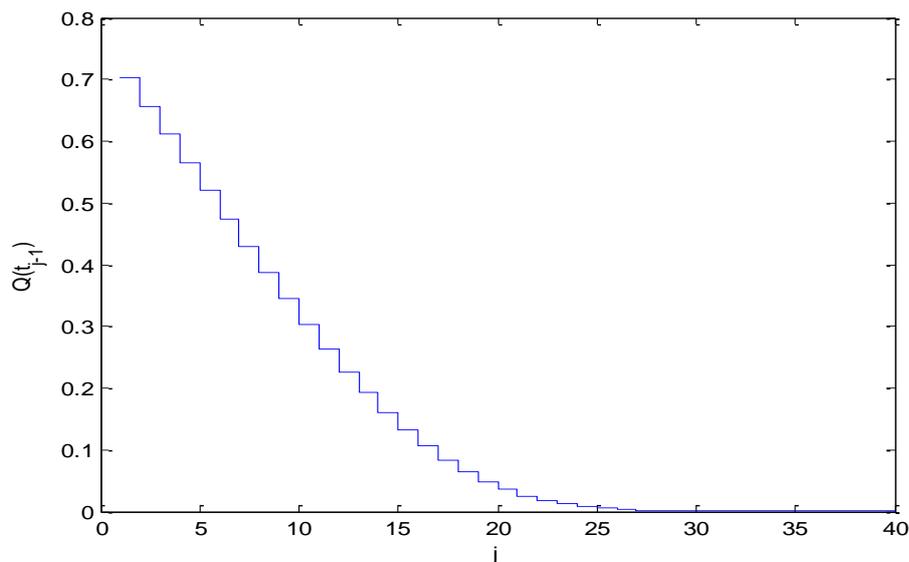


Рис. 3.17. Численный коэффициент оперативной готовности

На рисунке 3.17 приведен график численного коэффициента оперативной готовности (2.4.32): $b_c = 20,00$; $J_c = 40$; $\Delta t_c = 0,5$. Например: с учетом (2.4.34) $Q_r(0) = 0,703$; при $t = 6$, $j = 12$ $Q_r(t_{11}) = 0,264$.

На рисунках 3.18, 3.19, 3.20 приведены гистограммы для времени наработки, восстановления и цикла многокомпонентного оборудования.

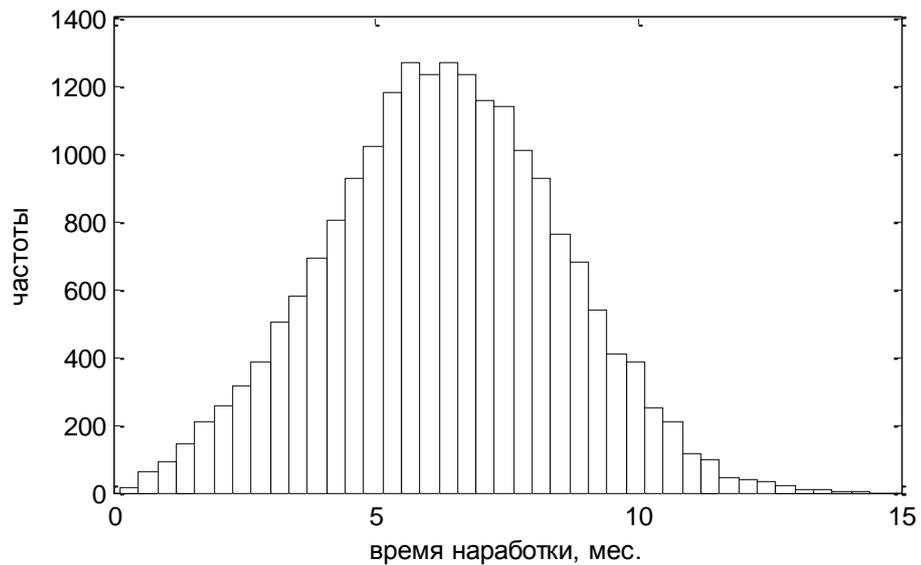


Рис 3.18. Гистограмма времени наработки оборудования

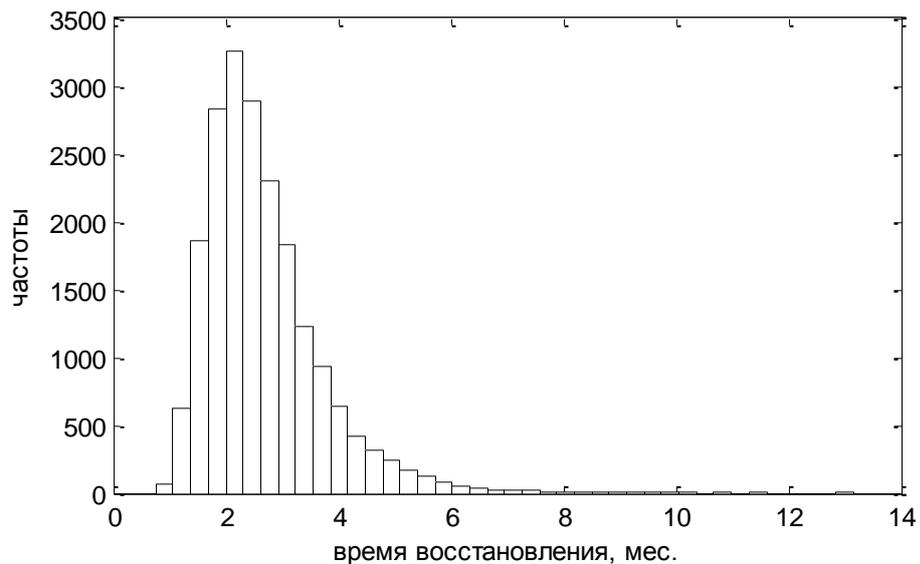


Рис 3.19. Гистограмма времени восстановления оборудования

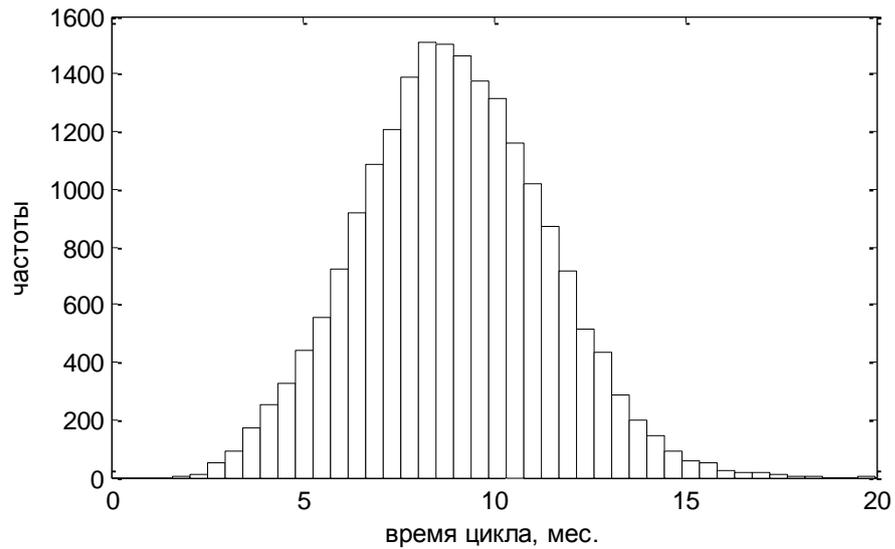


Рис 3.20. Гистограмма времени цикла оборудования

Имея значения частот времени цикла, можно найти численную функцию типа (2.3.39). Эта функция приведена на рисунке 3.21.

Пусть: $b_c = 20,00$; $J_c = 40$; $L = 50000$; $J_m = 80$.

Используя алгоритм (2.3.40) для времени цикла оборудования и вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока восстановления, найдем оценку функции восстановления (2.4.39) (рис. 3.22, линия 1) и оценку параметра потока восстановления (2.4.38) (рис. 3.23, линия 1). Алгоритм (2.3.40) моделирует значения x_{il} в формуле (2.4.20). Объем выборки (2.4.23) $n_0 = 241204$.

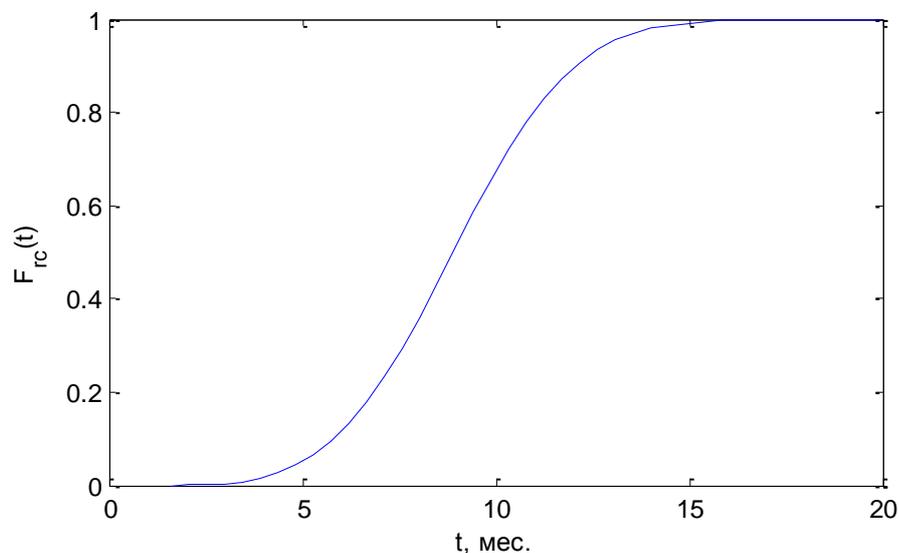


Рис. 3.21. Численная функция распределения для времени цикла

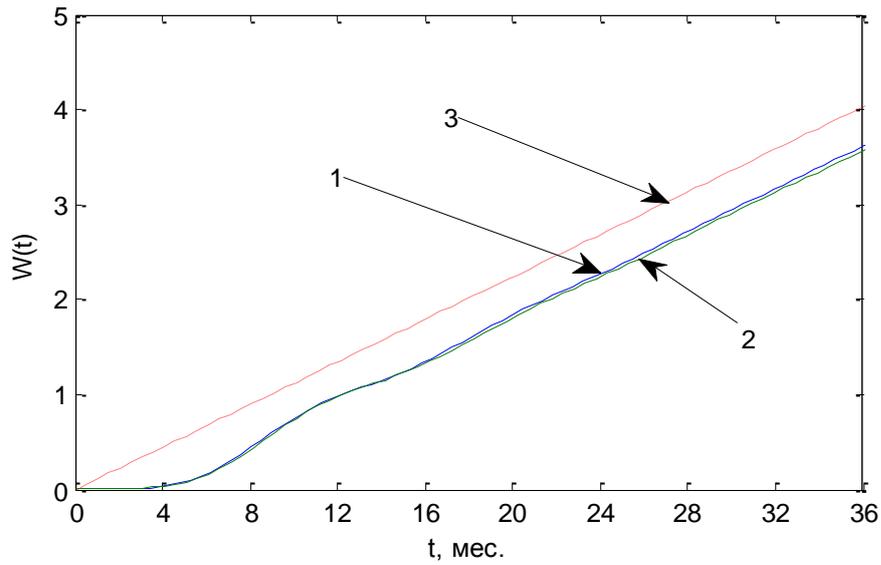


Рис. 3.22. Значения оценки функции восстановления

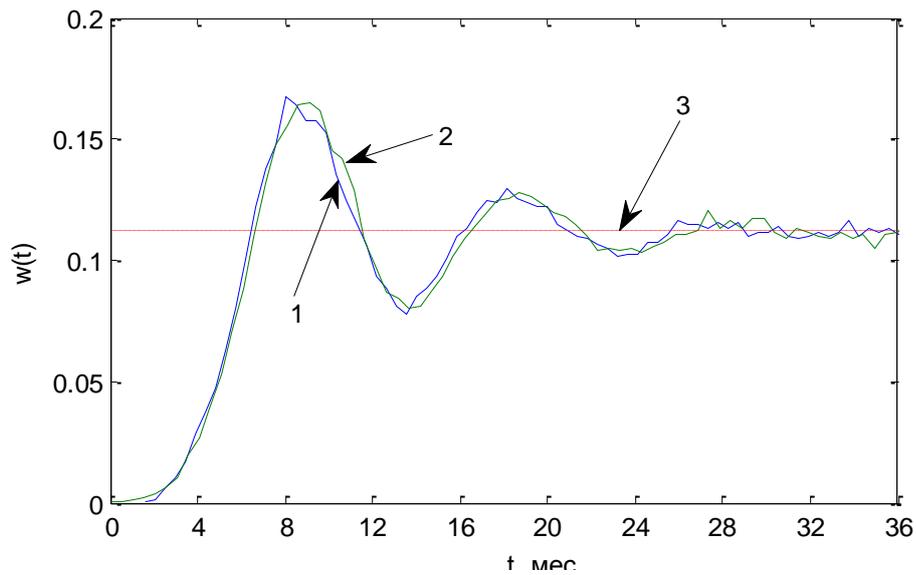


Рис. 3.23. Значения численного и теоретического параметра потока восстановления

На рисунке 3.22 пунктирная прямая имеет уравнение $t/\tilde{t}_c = 0,112 \cdot t$ (линия 3). На рисунке 3.23 ордината пунктирной линии равна $1/\tilde{t}_c = 0,112$ (линия 3).

По виду гистограммы (рис. 3.20), была выдвинута гипотеза о том, что генеральная совокупность, из которой получена выборка цикла, имеет нормальный закон с функцией распределения (2.2.1).

Оценки параметров по результату компьютерного моделирования

$$\tilde{t}_c = 8,948 \text{ (мес.)}; \tilde{\sigma} = 2,473 \text{ (мес.)}.$$

При этих значениях параметров и числе интервалов 40 расчетное значение критерия хи-квадрат равно 35,04. Это значение меньше критического при уровне значимости 0,05, равного 52,2. Это позволило принять гипотезу о нормальном законе.

Алгоритм моделирования времени цикла для нормального закона

$$t_c = \tilde{t}_c + \tilde{\sigma} \cdot z, \quad (3.4.4)$$

где z – значение нормированной нормально распределенной случайной величины. Алгоритм (3.4.4) моделирует значения x_{it} в формуле (2.4.20).

Используя алгоритм (3.4.4) и вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока восстановления, найдем оценку функции восстановления (2.4.39) (рис. 3.22, линия 2) и оценку параметра потока восстановления (2.4.38) (рис. 3.23, линия 2).

Сравнение кривых (1 и 2) на рисунках 3.22 и 3.23 позволяет сделать вывод о хорошей точности вычислительных алгоритмов оценки функции восстановления и параметра потока восстановления по результатам компьютерного моделирования для варианта С.

Подчеркнем, что первый подход основной, т.к. он не требует подбора функции распределения для времени цикла.

3.5. Исследование показателей надежности оборудования для режима испытаний

Исходные данные для этого режима приведены в таблице 3.5. Данные взяты из работы [48] и хранят значения наработок технологического оборудования, полученных в результате испытаний аналогов, объем выборки 25, наработки измеряются в годах.

Найдем оценки математического ожидания, среднеквадратического отклонения и коэффициента вариации:

$$\begin{aligned}\bar{t} &= \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} t_i = 9,068 \text{ (лет);} \\ s &= \sqrt{\frac{1}{24} \sum_{i=1}^{25} (t_i - \bar{t})^2} = 3,314 \text{ (лет);} \\ k_v &= \frac{3,314}{9,068} = 0,365 .\end{aligned}$$

Используя модифицированный критерий Колмогорова, проверим гипотезу (2.3.20) о виде теоретической функции распределения для наработки, представленной в таблице 3.5. В качестве теоретических распределений рассмотрим: нормальное, Вейбулла и Бирнбаума-Саундерса.

Модифицированный критерий Колмогорова с поправкой Лиллифорса для нормального распределения имеет вид (2.3.24).

Проверим гипотезу о том, что выборка получена из совокупности, имеющей нормальное распределение. С учетом (2.3.21-2.3.24) и полученных оценок числовых характеристик

$$\begin{aligned}D_n^+ &= \max[i/n - F(x_i)] = 0,098, \quad D_n^- = \max\left[F(x_i) - \frac{i-1}{n}\right] = 0,059, \\ D &= \max(D_n^+, D_n^-) = 0,098, \quad D_n^* = D_n(\sqrt{n} - 0,01 + \frac{0,85}{n}) = 0,497 .\end{aligned}$$

Полученное значение 0,497 меньше критического 0,895 при уровне значимости 0,05, поэтому можно принять гипотезу о том, статистические данные получены из нормальной совокупности.

Учитывая, что параметры распределения оцениваются по статистическим данным, для распределения Вейбулла рекомендована поправка (2.3.25).

Если D_n^* меньше критического значения c , то считают, что выборка получена из генеральной совокупности, имеющей распределение Вейбулла при выбранном уровне значимости. При объеме выборки $n = 25$ и уровне значимости 0,05, критическое значение $c = 0,846$.

Проверим гипотезу о том, что выборка получена из совокупности, имеющей распределение Вейбулла. Учитывая значения оценок числовых характеристик, оценка параметра формы α из уравнения (2.2.27) равна 3,0; а оценка параметра масштаба β по формуле (2.2.28) равна 10,15.

$$D_n^+ = \max[i/n - F(x_i)] = 0,088, \quad D_n^- = \max\left[F(x_i) - \frac{i-1}{n}\right] = 0,077,$$

$$D = \max(D_n^+, D_n^-) = 0,088, \quad D_n^* = D_n \sqrt{n} = 0,44, \quad D_n^* = 0,44 < c = 0,846,$$

поэтому гипотезу о распределении Вейбулла можно принять.

Для распределения Бирнбаума-Саундерса отсутствует поправка, учитывающая использование оценок параметров. С учетом (2.2.41) эти оценки равны: $\hat{\beta} = 0,95$; $\hat{\alpha} = 8,09$. На рисунке 3.24 приведены графики функций нормального распределения и распределения Бирнбаума-Саундерса.

Эти графики близки между собой. Считая, что они построены по двум выборочным данным, воспользуемся критерием Колмогорова-Смирнова [40, 46] для их сравнения. Статистика критерия Колмогорова-Смирнова имеет вид:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \times \max|F_{n_1}(t) - F_{n_2}(t)|, \quad (3.5.1)$$

где $F_{n_1}(t)$ и $F_{n_2}(t)$ – эмпирические функции распределения, построенные по двум выборкам с объемами n_1 и n_2 : нормальное распределение (линия 1) и распределения Бирнбаума-Саундерса (линия 2), соответственно. В нашем случае $n_1 = n_2 = 25$.

Гипотеза H_0 отвергается, если фактически наблюдаемое значение статистики λ' больше критического $\lambda'_{кр}$, т.е. $\lambda' > \lambda'_{кр}$, и принимается в противном случае. Критическое значение при уровне значимости 0,05 равно 1,358. В нашем случае

$$\max|F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)| = 0,069; \quad \lambda' = \sqrt{\frac{25 \times 25}{25 + 25}} \times 0,06914 = 0,244.$$

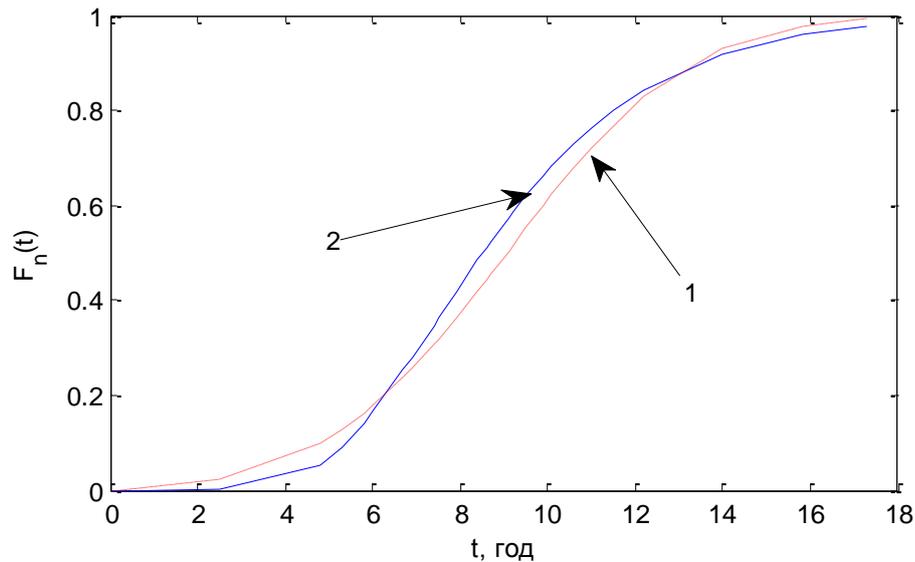


Рис 3.24. Графики двух функций распределения

Так как $\lambda'_{\text{ф}} = 1,358 > \lambda' = 0,244$, то гипотеза о близости этих распределений принимается. С учетом этого, воспользуемся модифицированным критерием Колмогорова

$$D_n^+ = \max\left[i/n - F(x_i)\right] = 0,042, \quad D_n^- = \max\left[F(x_i) - \frac{i-1}{n}\right] = 0,085,$$

$$D = \max(D_n^+, D_n^-) = 0,085, \quad D_n^* = D_n(\sqrt{n} - 0,01 + \frac{0,85}{n}) = 0,431.$$

Так как полученное значение 0,431 меньше критического 0,835, то можно принять гипотезу о том, что статистические данные получены из совокупности, имеющей распределение Бирнбаума-Саундерса.

Таким образом, можно принять, что статистические данные получены из генеральной совокупности, описываемой тремя распределениями. Это связано с тем, что объем выборки мал и для оцененных параметров все три функции распределения близки друг к другу.

Используя модуль 11 созданного программного обеспечения (рис 2.5), реализующего режим испытаний, получим значения показателей надежности. Окно выполнения режима испытания оборудования приведено на рисунке 2.15.

Для нормального распределения вероятность безотказной работы для остаточного ресурса (2.3.7) равна

$$P_x(y) = \frac{\Phi[(\bar{t} - y - x)/\sigma]}{\Phi[(\bar{t} - x)/\sigma]} . \quad (3.5.2)$$

При $x = 3$, с учетом (3.5.2) средний остаточный ресурс (2.3.8) равен $\bar{y}_3 = 5,91$ (лет).

Для распределения Бирнбаума-Саундерса вероятность безотказной работы для остаточного ресурса (2.3.7) равна

$$P_x(y) = \frac{\Phi[(\alpha - \beta x - 3x)/\sqrt{x+3}]}{\Phi[(\alpha - \beta x)/\sqrt{x}]} . \quad (3.5.3)$$

При $x = 3$, с учетом (3.5.3) средний остаточный ресурс (2.3.8) равен $\bar{y}_3 = 6,17$ (лет).

Для распределения Вейбулла вероятность безотказной работы для остаточного ресурса (2.3.7) равна

$$P_x(y) = \exp[-((x+y)/\eta)^\beta + (x/\eta)^\beta], \quad (3.5.4)$$

При $x = 3$, с учетом (3.5.4) средний остаточный ресурс (2.3.8) равен $\bar{y}_3 = 6,08$ (лет).

Гамма-процентный остаточный ресурс (y_0) вычисляется из уравнения (2.3.9).

С учетом (3.5.2, 3.5.3, 3.5.4) при $x = 3$ и $\gamma = 0,9$:

а) для нормального распределения необходимо решить уравнение

$$\Phi[(6,068 - y)/3,314]/\Phi(1,831) = 0,9 . \quad (3.5.5)$$

Решая уравнение (3.5.5), $y_0(3) = 2,24$ (лет);

б) для распределения Бирнбаума-Саундерса необходимо решить уравнение

$$\Phi[(5,24 - 0,95 \times y)/\sqrt{3+y}]/\Phi(3,025) = 0,9 . \quad (3.5.6)$$

Решая уравнение (3.5.6), получим $y_0(3) = 2,40$ (лет);

в) для распределения Вейбулла необходимо решить уравнение

$$-\left(\frac{y+3}{10,15}\right)^3 + \left(\frac{3}{10,15}\right)^3 - \ln(0,9) = 0 . \quad (3.5.7)$$

Решая уравнение (3.5.7), получим $y_0(3) = 2,16$ (лет).

Статистический подход

Чтобы оценить точность вычисления рассмотренных показателей надёжности, найдем их оценки, используя статистический подход [48].

Точечная оценка среднего остаточного ресурса (2.3.8)

$$T_0(x) = \sum_{i=k+1}^n z_i / [K_n(x)r], \quad (3.5.8)$$

где $z_i = t_i - x$; x – это время эксплуатации, после которого стали исследовать группу однотипного оборудования; t_i – время отказа i -й единицы оборудования; n – число единиц оборудования; k – число отказавших единиц оборудования до момента времени x ; $r = n - k$; $K_n(x) = 1 - [1 - P_0(x)]^n$; $P_0(x) = 1 - k/n$ – точечная оценка вероятности безотказной работы. Используя данные таблицы 3.5, $T_0(x) = 6,34$ (лет).

Нижняя доверительная граница среднего остаточного ресурса (2.3.8)

$$T_1 = \frac{T_0(x)}{1 + \frac{u_q}{r}}, \quad (3.5.9)$$

где u_q – квантиль нормированного нормального закона ($q = 0,8; 0,9; 0,95; 0,99$).

Используя данные таблицы 3.5 при $r = 24$, $u_q = 1,282$ ($q = 0,9$), $T_1(3) = 5,02$ (лет).

Половина доверительного интервала для среднего остаточного ресурса

$$(5,02; 6,34). \quad (3.5.10)$$

Вычисленные значения среднего остаточного ресурса для трех распределений (нормального, Вейбулла, Бирнбаума-Саундерса) попали в интервал (3.5.10).

Точечная оценка гамма-процентного остаточного ресурса (2.3.9)

$$T_0(x, \gamma) = z_{m-1} + \frac{[(z_m - z_{m-1})(R_0(z_{m-1}) - \gamma)]}{R_0(z_{m-1}) - R_0(z_m)}, \quad (3.5.11)$$

где $z_m = t_m - x$; x – время эксплуатации, после которого стали исследовать группу однотипного оборудования на отказ; t_m – время отказа m -й единицы оборудования; $z_1 < \dots < z_m < \dots$ – вариационный ряд остаточных наработок. Для значений z_m, z_{m-1} выполняется условие: $R_0(z_m) \leq \gamma < R_0(z_{m-1})$, где $R_0(z)$ – оценка вероятности безотказной работы для остаточного ресурса; $R_0(z) = \frac{r-s}{r}$, где s – число отказавших за время z после времени t единиц оборудования; γ – доверительная вероятность. Используя данные таблицы 3.5, при $\gamma = 0,9$ $T_0(x, \gamma) = 2,50$ (лет).

Нижняя доверительная граница гамма-процентного остаточного ресурса (2.3.9)

$$T_{\gamma}^0(x) = \frac{T_{\gamma}^0(x)}{1 + u_{\gamma} f(r, \gamma)}, \quad (3.5.12)$$

где

$$f(r, \gamma) = \frac{\sqrt{\frac{1}{\gamma \cdot r} - \frac{1}{r}}}{-\ln(\gamma)}.$$

Используя данные таблицы 3.5, при $\gamma = 0,9$ $T_{\gamma}^0(3) = 1,37$ (лет).

Половина доверительного интервала для гамма-процентного остаточного ресурса

$$(1,37; 2,50). \quad (3.5.13)$$

Вычисленные значения гамма-процентного остаточного ресурса для трех распределений (нормального, Вейбулла, Бирнбаума-Саундерса) попали в интервал (3.5.13).

Выбор предпочтительной функции распределения наработки

В таблице 3.10 приведены результаты расчетов показателей остаточного ресурса для исследуемых функций распределения и их точечные оценки: P – показатели (средний и гамма-процентный остаточный ресурс), N – нормальное

распределение, BS – распределение Бирнбаума-Саундерса, W – распределение Вейбулла, S – статистический подход.

Таблица 3.10

Значения показателей остаточного ресурса

P (лет)	N	BS	W	S
\bar{y}_t	5,91	6,17	6,06	6,34
y_o	2,34	2,40	2,16	2,50

По обоим показателям ближе к статистическим оценкам находятся значения, полученные по распределению Бирнбаума-Саундерса.

3.6. Выводы по главе 3

1. Проведено комплексное исследование основных и дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования, когда при его отказе происходит восстановление только отказавшей компоненты, а временем восстановления можно пренебречь. Созданные автором численные модели, реализованные вычислительными алгоритмами и использующие информацию компьютерного моделирования, протестированы с использованием линейного и усеченного показательного распределений. Результаты тестирования показали высокую точность численных моделей оценки основных и дополнительных показателей надежности оборудования по данным компьютерного моделирования.

2. Проведено комплексное исследование основных и дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования, когда при его отказе происходит восстановление не только отказавшей компоненты, но и других компонент, а временем восстановления можно пренебречь. Численно показано влияние технологии обслуживания многокомпонентного оборудования на значения показателей надежности.

3. Проведено комплексное исследование основных и дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования, когда при его отказе происходит восстановление не только отказавшей компоненты, но и других компонент, а время восстановления учитывается. Созданные автором численные модели, реализованные вычислительными алгоритмами и использующие информацию компьютерного моделирования, протестированы с использованием нормального распределения, который обоснован с применением критерия хи-квадрат. Результаты тестирования показали высокую точность численных моделей оценки основных и дополнительных показателей надежности оборудования по данным компьютерного моделирования.

4. Проведено исследование основных показателей надежности оборудования по результатам испытаний, когда подбор теоретического распределения осуществляется с применением модифицированного критерия Колмогорова. Результаты аналитической оценки показателей надежности дополнительно проверены статистическими методами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В соответствии с целью и задачами диссертации, в результате проведенных исследований получены следующие результаты:

1. Создано формализованное описание многокомпонентного оборудования, учитывающее варианты его технического обслуживания и режимы получения статистических данных, а также обоснованы показатели надежности оборудования, разделенные на основные и дополнительные, обеспечивающие его комплексное исследование.

2. Выбраны вероятностные модели, используемые для описания компонент оборудования и самого оборудования. Эти модели могут описывать время наработки, восстановления либо цикла. В качестве распределений выбраны: нормальное, гамма, Вейбулла, логарифмически нормальное, Бирнбаума-Саундерса. Приведены алгоритмы определения параметров выбранных распределений по значениям математического ожидания и коэффициента вариации и алгоритмы моделирования значений случайных величин. Дополнительно приведены частные модели для описания времени наработки многокомпонентного оборудования в виде двухпараметрического линейного закона и двухпараметрического усеченного показательного закона.

3. Созданы и описаны численные модели оценки основных показателей надежности по данным компьютерного моделирования. Эти модели, как разновидность численного вероятностного анализа, являются научной новизной работы и содержат численные алгоритмы вычисления: вероятности безотказной работы, средней наработки, гамма-процентного ресурса, вероятности безотказной работы для остаточного ресурса, среднего остаточного ресурса, гамма-процентного остаточного ресурса.

4. Разработаны численные модели оценки дополнительных показателей надежности по данным компьютерного моделирования. Эти модели, как разновидность численного вероятностного анализа, являются научной новизной работы и содержат: вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов и функции отказов для обычного процесса восстановления;

вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока восстановления и функции восстановления для альтернирующего процесса восстановления; численную модель для коэффициента оперативной готовности и коэффициента готовности. Найден доверительный интервал для коэффициента готовности многокомпонентного оборудования.

5. Используя разработанное алгоритмическое обеспечение, создан программный комплекс для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования, включающего режим компьютерного моделирования и режим испытаний оборудования, варианты технического обслуживания, вычисление основных и дополнительных показателей надежности численными методами и основных показателей надежности численно-аналитическими методами. Программный комплекс реализован на языке программирования пакета MATLAB. Имеются два свидетельства о государственной регистрации программ.

6. Созданные численные модели, реализованные вычислительными алгоритмами и использующие информацию компьютерного моделирования, протестированы с использованием линейного, усеченного показательного и нормального распределений. Результаты тестирования показали высокую точность численных моделей оценки основных и дополнительных показателей надежности оборудования по данным компьютерного моделирования.

7. Учитывая разработанную постановку и технологию комплексного исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования на основе компьютерного моделирования, проведена апробация алгоритмического и программного обеспечения на модельных исходных данных. Комплексное исследование основных и дополнительных показателей надежности многокомпонентного оборудования проведено с учетом вариантов его технического обслуживания и режимов получения статистических данных. Результаты диссертационного исследования, включающие численные модели, вычислительные алгоритмы и программное обеспечение, внедрены в учебный процесс, о чем получена справка об использовании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян, С. А. Прикладная статистика. Исследование зависимостей / С. А. Айвазян, И. С. Енюков. – М.: Финансы и статистика, – 1985. – 487с.
2. Акимова, Г. П. Методология оценки надежности иерархических информационных систем / Г. П. Акимова, А. В. Соловьев // Труды ИСА РАН. – 2006. – Т. 23. – С. 18 – 47.
3. Алексеев, Е. Р. MATLAB 7. Самоучитель / Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова. – М.: ИТ Пресс, 2006. – 464 с.
4. Алексеев, Е. Р. Решение задач вычислительной математики в пакетах Mathcad 12, MATLAB 7, Maple 9 / Е. Р. Алексеев, О. В. Чеснокова. – М.: ИТ Пресс, 2006. – 496 с.
5. Артамонов, И. В. Исследование надежности работы интернет-магазина с помощью окрашенных сетей Петри / И. В. Артамонов // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2014. – Т. 22. – № 25 (152) – С. 42 – 47.
6. Артамонов, И. В. Моделирование сервис-ориентированной архитектуры с помощью окрашенных сетей Петри / И. В. Артамонов // Вестник Новосибирского государственного университета. – 2014. – Т. 12. – № 2. – С. 5 – 13.
7. Артамонов, И. В. Программный комплекс анализа надежности бизнес-транзакции / И. В. Артамонов // Информационные системы и технологии. – 2014. – № 5 (85). – С. 5 – 13.
8. Байхельт, Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход: пер. с нем. / Ф. Байхельт, П. Франкен. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
9. Барзилович, Е. Ю. Вопросы математической теории надежности / Е. Ю. Барзилович, Ю. К. Беляев, В. А. Каштанов и др.; под ред. Гнеденко Б. В. – М.: Радио и связь, 1983. – 376 с.
10. Бахвалов, Н. С. Численные методы: учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; МГУ им. М. В. Ломоносова. – 6-е изд., доп. и перераб. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.

11. Беляев, Ю. К. Надежность технических систем: Справочник / Ю. К. Беляев, В. А. Богатырев, В. В. Болотин и др.; под ред. И. А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.
12. Блехерман, М. Х. Гибкие производственные системы: Организационно-экономические аспекты / М. Х. Блехерман. – М.: Экономика, 1988. – 221 с.
13. Богданофф, Дж. Вероятностные модели накопления повреждений: пер. с англ. / Дж. Богданофф, Ф. Козин. – М.: Мир, 1989. – 344 с.
14. Большев, Л. Н. Таблицы математической статистики / Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов. – М.: Наука, 1983. – 417 с.
15. Буртаев, Ю. Ф. Статистический анализ надежности объектов по ограниченной информации / Ю. Ф. Буртаев, В. А. Острейковский. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 240 с.
16. Василенко, Н. В. Модели оценки надежности программного обеспечения / Н. В. Василенко, В. А. Макаров // Вестник Новгородского государственного университета. – 2004. – № 28. – С. 126 – 132.
17. Вержбицкий, В. М. Численные методы. Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов, обучающихся по математическим специальностям и направлениям подготовки дипломированных специалистов в области техники и технологии / В. М. Вержбицкий. – 2-е изд., исп. – М.: ОНИКС 21 век, 2005. – 400 с.
18. Гайдышев, И. Анализ и обработка данных: спец. справ. / И. Гайдышев. – СПб.: Питер, 2001. – 752 с.
19. Галкин, А. Г. Надежность и диагностика систем электроснабжения железных дорог / А. Г. Галкин, А. В. Ефимов. – М.: УМК МПС России, 2000. – 512с.
20. Гандер, В. Решение задач в научных вычислениях с применением Maple и MATLAB / В. Гандер, И. Гржебичек. – М.: Хэлтон, 2005. – 520 с.
21. Горбаченко, В. И. Вычислительная линейная алгебра с примерами на MATLAB / В. И. Горбаченко. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 320с.

22. ГОСТ 11.007-75. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров распределения Вейбулла. – М.: Изд-во стандартов, 1975. – 30 с.
23. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. – М.: Из-ство стандартов, 1989 – 36 с.
24. Двайт, Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. – 9-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2005. – 232 с.
25. Добронеец, Б.С. Элементы численного вероятностного анализа / Б. С. Добронеец, О. А. Попова // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. – 2012. – № 2. – С. 19 – 23.
26. Добронеец, Б. С. Численный вероятностный анализ неопределенных данных: монография / Б. С. Добронеец, О. А. Попова. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2014. – 167 с.
27. Дорохов, А. Н. Обеспечение надежности сложных систем. / А. Н. Дорохов, А. Н. Миронов, В. А. Керножицкий, О. Л. Шестопалова. – СПб. : Лань, 2011. – 352с.
28. Дружинин, Г. В. Надежность автоматизированных систем / Г. В. Дружинин. – М.: Энергоавтомиздат, 1986. – 480 с.
29. Дьяконов, В. П. Компьютерная математика. Теория и практика / В. П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001. – 1296 с.
30. Ермаков, А. А. Основы надежности информационных систем / А. А. Ермаков. – Иркутск: ИрГУПС, 2006. – 151с.
31. Ермаков, С. М. Статистическое моделирование / С. М. Ермаков, Г. А. Михайлов. – М.: Наука, 1982. – 296 с.
32. Закс, Л. Статистические оценивание: пер. с нем. / Закс Л. – М.: Статистика, 1976. – 598 с.
33. Иглин, С. П. Математические расчеты на базе Matlab / С. П. Иглин. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 640 с.

34. Иглин, С. П. Теория вероятностей и математическая статистика на базе MATLAB / С. П. Иглин . – Харьков: НТУ "ХПИ", 2006. – 612 с.

35. Игнатущенко В. В. Многоверсионное резервирование взаимозависимых параллельных задач для управляющих параллельных вычислительных систем: формализованное описание, оценка отказоустойчивости / В.В. Игнатущенко, М.Л. Милков , А.В. Сидоров // Надежность. – 2009. – № (4) 32 – С. 45 – 62.

36. Игнатущенко, В. В. Резервирование взаимосвязанных программных модулей для управляющих параллельных вычислительных систем: организация, оценка отказоустойчивости, формализованное описание / В. В. Игнатущенко, Н. А. Исаева // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 10 – С. 142 – 161.

37. Исаева Н. А. Синхронное резервирование взаимозависимых параллельных задач для управляющих параллельных вычислительных систем: формализованное описание, оценка отказоустойчивости / Н.А. Исаева , С.С. Королев // Надежность. – 2009. – № (1) 29 – С. 34 – 50.

38. Калиткин, Н. Н. Численные методы: учеб. пособие / Н. Н. Калиткин. –2-е изд., исп. – СПб.: БХВ – Петербург, 2011. – 586 с.

39. Каштанов, В. А. Теория надежности сложных систем / В. А. Каштанов, А. И. Медведев. – М.: Европейский центр по качеству, 2002. – 469 с.

40. Кельтон, В. Имитационное моделирование / В. Кельтон, А. Лоу. – Спб.: Питер. – 2004. – 847 с.

41. Кетков, Ю. Л. MATLAB 7: программирование, численные методы / А. Ю. Кетков, М. М. Щульц. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. –752 с.

42. Киндлер, Е. Языки моделирования / Е. Киндлер. – М. : Энергоатомизда, 1985. – 288 с.

43. Клейнен, ДЖ. Статистические методы в имитационном моделировании: пер. с англ. / ДЖ Клейнен. – Вып. 2. – М.: Статистика, 1978. – 335 с.

44. Кобелев, Н. Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем Текст. / Н. Б. Кобелев. – М. : Дело, 2003. – 336 с.

45. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика / А. И. Кобзарь. – М. : Физматлит, 2006. – 238 с.

46. Кохрен, У. Методы выборочного исследования: пер. с англ. / У. Кохрен. – М.: Статистика, 1976. – 440 с.

47. Краковский, В. Ю. Методы и средства оценки интервалов диагностики оборудования при обслуживании по фактическому состоянию : дис. ... канд. тех. наук: 05.13.01 / Валерий Юрьевич Краковский. – Братск, 2001. – 120 с.

48. Краковский, Ю. М. Математические и программные средства оценки технического состояния оборудования / Ю. М. Краковский. – Новосибирск: Наука, 2006. – 228 с.

49. Краковский, Ю. М. Автоматизированный расчет показателей динамических рисков при наличии отказов технических средств / Ю. М. Краковский, А. В. Начингин, Д. А. Лукьянов // Известия Транссиба. – 2013. – № 4 (16). – С. 84 – 88.

50. Краковский, Ю. М. Вероятностный анализ безубыточности грузовых перевозок на основе метода Монте-Карло / И. А. Домбровский, Ю. М. Краковский // Известия Транссиба. – 2013. – № 1 (13). – С. 125 – 130.

51. Краковский, Ю. М. Исследование влияния неопределенности исходных данных на показатели пассажирских перевозок / Д. И. Жарий, Ю. М. Краковский // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2011. – № 1. – С. 96 – 101.

52. Краковский, Ю. М. Обоснование объема выборки для метода Монте-Карло на основе множественного ранжирования / И.А. Домбровский, Ю. М. Краковский, А. С. Селиванов // Вестник ИрГСХА. – 2013. – Вып. 58. – С. 109–116.

53. Краковский, Ю. М. Оценка технического состояния рельсов по данным мониторинга пути / Ю.М. Краковский, В. А. Начингин, А. В. Начингин // Вестник ВНИИЖТ. – 2012. – № 5 – С. 40 – 43.

54. Краковский, Ю. М. Прогнозирование бокового износа рельсов как процедура оценки их достаточного ресурса / Ю. М. Краковский, В. А. Начингин // Контроль. Диагностика. – 2010. – № 6. – С. 30 – 35.

55. Краковский, Ю. М. Прогнозирование остаточного ресурса машин по разнородной информации / Ю. М. Краковский, М. В. Ситчихина // Контроль. Диагностика. – 2003. – № 10. – С. 4 – 8.

56. Краковский, Ю. М. Прогнозирование остаточного ресурса рельсов / Ю. М. Краковский, В. А. Начингин // Путь и путевое хозяйство. – 2010. – № 5 – С. 15 – 17.

57. Краковский, Ю. М. Формализация селективной технологии содержания инфраструктуры и страховой фонд / Ю. М. Краковский, В. А. Начингин // Мир Транспорта. – 2015. – № 1. – С. 94 – 99.

58. Краковский, Ю. М. Аналитико-имитационное моделирование для проектирования гибких производственных систем / Ю. М. Краковский. –Иркутск: Изд-во ИГУ, 1993. – 176 с.

59. Краковский, Ю. М. Оценка параметра потока отказов оборудования методом имитационного моделирования / Ю. М. Краковский, З. Д. Нго // VI Международная НПК «Транспортная инфраструктура Сибирского региона». – 2015. –Том 2. – С. 323 – 327.

60. Краковский, Ю. М. Оценка факторов, влияющих на возникновение транспортных происшествий / Ю.М. Краковский, В. А. Начингин // Путь и путевое хозяйство. – 2011. – № 11. – С. 2 – 4.

61. Краковский, Ю. М. Программный комплекс гибкого мониторинга роторных машин по виброданным / Ю. М. Краковский, С. В. Симонов // Контроль. Диагностика. 2002. – № 12. – С. 51 – 55.

62. Краковский, Ю. М. Управление доходностью перевозки пассажиров на основе вероятностного анализа безубыточности / Ю.М. Краковский, Д. И. Жарий, А. С. Селиванов // Вестник ВНИИЖТ. – 2011. – № 6. – С. 35 – 39.

63. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н. Ш. Кремер. – М.: Юнити, 2000. – 543 с.

64. Липаев, В. В. Надежность программных средств. Серия "Информатизация России на пороге XXI века" / В. В. Липаев. – М. : СИНТЕГ, 1998. – 232с.

65. Лычкина, Н. Н. Имитационное моделирование экономических процессов: учебное пособие / Н. Н. Лычкина. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 253 с.

66. Макаров, И. М. Таблица обратных преобразований Лапласа и обратных z-преобразований. / И. М. Макаров, Б. М. Менский. – М.: Высшая школа, 1978. – 274с.

67. Максимей, И. В. Имитационное моделирование на ЭВМ / И. В. Максимей. – М.: Радио и связь, 1988. – 232 с.

68. Мартынов, Н. Н. Matlab 7. Элементарное введение / Н. Н. Мартынов. – М. : Кудиц–Образ, 2005. – 416 с.

69. Машиностроение. Энциклопеди. Том III-7. Измерения, контроль, испытания и диагностика / Ред. совет: К.В. Фролов (пред.) и др.; под ред. В. В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1996. – 464 с.

70. Мехатроника: пер. с яп./ Исии Т. И др. – М. : Мир, 1988. – 318 с.

71. Мэтьюз, Д. Численные методы. Использование MATLAB : учебное издание: пер. с англ. / Д. Мэтьюз, К. Финк, Л. Ф. Козаченко; под. ред. Ю.В. Козаченко. – М. : Изд. дом Вильямс, 2001. – 720 с.

72. Нго, З. Д. Программный комплекс для исследования показателей надежности многокомпонентного оборудования / Ю. М. Краковский, З. Д. Нго / Материалы XII международной НПК «Современные научные достижения». 2016 – . Том 13. – С. 17 – 21.

73. Нго, З. Д. Аналитический подход при оценке остаточного ресурса оборудования на основе статистических данных/ Ю. М. Краковский, З. Д. Нго // Вопросы естествознания.– 2014. – №2(3). – С. 36 – 42.

74. Нго, З. Д. Влияние вида функции распределения наработки на показатели остаточного ресурса / Ю. М. Краковский, З. Д. Нго // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование.– 2014. – № 3 (43). – С. 55 – 59.

75. Нго, З. Д. Вычислительный алгоритм численной оценки параметра потока отказов многокомпонентного оборудования / Ю. М. Краковский, З. Д. Нго // Вестник ИрГТУ. – 2015. – № 10. – С. 16 – 20.

76. Нго, З. Д. Имитационная модель многокомпонентного оборудования для определения закона распределения его наработки / Ю. М. Краковский, З. Д. Нго // Вестник ИрГТУ. – 2015. – № 7. – С. 25 – 32.

77. Нго, З. Д. Оценка гамма-процентного остаточного ресурса оборудования по статистическим данным / З. Д. Нго // Сборник докладов VII Всероссийской научно-практической конференция «Научная инициатива иностранных студентов и аспирантов российских вузов». – 2014. – Том 1. – С. 290– 295.

78. Нго, З. Д. Численные модели оценки коэффициента оперативной готовности и параметра потока восстановления многокомпонентного оборудования / Ю. М. Краковский, З. Д. Нго // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2016. – № 1 (49). – С. 162 – 167.

79. Нго, З. Д. Численные модели оценки показателей надежности многокомпонентного оборудования по результатам компьютерного моделирования / О. А. Захарова, З. Д. Нго // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2015. – № 4 (48). – С. 66 – 70.

80. Острейковский, В. А. Старение и прогнозирование ресурса оборудования атомных станций / В. А. Острейковский. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 204 с.

81. Острейковский, В.А. Теория надежности / В. А. Острейковский. – М.: Высшая школа, 2003. – 363 с.

82. Павловский, Ю. Н. Имитационные модели и системы / Ю. Н. Павловский. – СПб.: Фазис, 2000. – 144 с.

83. Попова, О.А. Информационная поддержка оценки показателей надёжности для оборудования ответственного назначения / О.А. Попова // Информатизация и связь. – 2015. – № 3 . – С. 41 – 46.

84. Прицкер, А. Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМ – 2: пер. с англ. / А. Прицкер. – М.: Мир, 1987. – 646 с.

85. Руденко, Ю. Н. Надежность систем энергетики / Ю. Н. Руденко, И. А. Ушаков. – Новосибирск: Наука, 1989. – 328 с.

86. Самарский, А. А. Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский; МГУ им. М. В. Ломоносова. –3-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2005. – 288 с.

87. Смирнов, Н. Н. Обслуживание и ремонт авиационной техники по состоянию / Н. Н. Смирнов, А. А. Ицкович. – М.: Транспорт, 1987. – 272 с.

88. Труханов, В. М. Новый подход к обеспечению надежности сложных систем / В. М. Турханов. – М.: Спектр, 2010. – 248 с.

89. Турчак, Л. И. Основы численных методов: учеб. пособие / Л.И. Турчак, П. В. Плотников. – М.: Физматлит, 2003. – 304 с.

90. Тюрин, Ю.Н. Анализ данных на компьютере / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров ; под ред. В.Э. Фигурнова. – М. : ИНФРА-М, 2003. – 544 с.

91. Уткин, Л. В. Анализ риска и принятие решений при неполной информации / Л. В. Уткин. – СПб.: Наука, 2007. – 404 с.

92. Уткин, Л. В. Структурная надежность систем при неполной статистической информации о параметрах модели / Л. В. Уткин, В. С. Уткин // Надежность. – 2009. –№ (3) 31 – С. 28 – 36.

93. Формалев, В. Ф. Численные методы: учебник / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников; под ред. А.И. Кибзуна.– М. : Физматлит, 2004. – 400 с.

94. Цвиркун, А. Д. Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем (оптимизационно-имитационный подход) / А. Д. Цвиркун, В. К. Акинфиев, В. А. Филиппов. – М.: Наука, 1985. – 274 с.

95. Цисарь, И. Ф. Компьютерное моделирование экономики / И. Ф. Цисарь, В. Г. Нейман. – М.: Диалог – МИФИ, 2008. – 384с.

96. Чуканов, В. О. Надежность программного обеспечения и аппаратных средств систем передачи данных атомных электростанций / В. О. Чуканов. – М.: Диалог – МИФИ, 2008. – 168с.

97. Шампайн, Л. Ф. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием MATLAB: учебн. Пособие / Л. Ф. Шампайн, И. Гладвел, С. Томпсон. – СПб.: Лань, 2009. – 304с.

98. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем. Искусство и наука: пер. с англ. / Р. Шеннон – М.: Мир, 1978. – 417 с.

99. Шишмарев, В. Ю. Надежность технических систем / В. Ю. Шишмарев. – М.: Академия, 2010. – 304с.

100. Ястребенецкий, М. А. Надежность автоматизированных систем управления технологическими процессами / М. А. Ястребенецкий, Г. М. Иванова . – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 264 с.

101. Billinton, R. Reliability evaluation of engineering systems: concepts and techniques / R. Billinton , R. N. Allan.– Springer US, Jun 30, 1992. – 453 p.

102. Chapra, S. C. Numerical Methods for Engineers: Numerical Methods for Engineers: With Software and Programming Applications / S. C. Chapra, R. P. Canale. – McGraw Hill, 2001. – 944 p .

103. Cheney, E. W. Numerical Mathematics and Computing / E. W. Cheney, D. R. Kincaid. – Brooks Cole, 6 edition, 2007. – 667 p.

104. Ciarlet, P. G. Handbook of Numerical Analysis / P. G. Ciarlet, J. L. Lions (eds). – North Holland, 1990. – Vol 1. – 652 p.

105. Dobronets, B.S. Numerical Probabilistic Analysis under Aleatory and Epistemic Uncertainty / B.S. Dobronets, O.A. Popova // Reliable Computing. 2014. Vol. 19,pp. 274—289.

106. Falahati, B. Reliability Modeling and Evaluation of Power Systems with Smart Monitoring / B. Falahati, Y. Fu, and M. J. Mousavi // IEEE Trans. Smart Grid, Early Access, accessed from IEEEExplore on June, 1, 2013. – P. 1087 – 1095.

107. Heidari-Kapourchali, M. Component reliability evaluation in the presence of smart monitoring / M. Heidari-Kapourchali, V. Aravinthan // North American Power Symposium (NAPS), 2013. – P. 1 – 6.

108. Leemis, L. M. Reliability: Probabilistic Models and Statistical Methods / L. M. Leemis. – Prentice-Hall 1995. – 319 p.

109. Meeker, W. Q. Statistical Methods for Reliability Data / W. Q. Meeker, L. A. Escobar. – John Wiley & Sons, Inc., New York, 1998. – 712 p.

110. Nelson, W. B. Accelerated Testing – Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis / W. B. Nelson. – John Wiley and Sons, New York, 2004. – 624 p.

111. Neubeck, K. Practical Reliability Analysis / K. Neubeck. – Prentice Hall, New Jersey, 2004. – 368 p.

112. Smith, S. T. MATLAB Advanced GUI Development / S. T. Smith. – Dog Ear Publishing, 14 July, 2006. – 324 p.