На правах рукописи

Ле Чан Минь Дат

ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ И ИХ ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Иркутск – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Иркутский национальный исследовательский технический университет» (ФГБОУ ВО «ИРНИТУ»)

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Дмитриева Татьяна Львовна

Официальные оппоненты: **Гребенюк Григорий Иванович,**
доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (СИБСТРИН)», г. Новосибирск, заведующий кафедрой «Строительная механика»

Лемперт Анна Ананьевна,
кандидат физико-математических наук, ФГБУН «Институт динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова» Сибирского отделения Российской академии наук, г. Иркутск, заведующий лабораторией «Системный анализ и вычислительные методы»

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», г. Красноярск

Защита состоится 12 декабря 2016 г. в 16:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.070.07 на базе ФГБОУ ВО «Байкальский государственный университет» по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Карла Маркса, 24, корпус 9, зал заседаний ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Байкальского государственного университета по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина, 11, БГУ, корпус 2, аудитория 101, (http://www.bgu.ru).

Отзывы на автореферат направлять по адресу: 664003, г. Иркутск, ул. Ленина 11, БГУ, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.070.07.

Автореферат разослан «___» ноября 2016 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат технических наук, доцент Т.И. Ведерникова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В определенном смысле задачу оптимального проектирования конструкций можно рассматривать как задачу их проектировочного расчета, когда при заданных группах геометрических и физических параметров и известных внешних воздействиях требуется подобрать (согласно заданному критерию оптимальности) другую группу параметров, называемых *варьируемыми параметрами*, или *переменными проекта*. Математическая модель задачи оптимизации в данной работе представлена в форме задачи нелинейного программирования (НЛП), где критерием оптимальности является минимальный вес или объём конструкции. Применимость предложенной модели показана на примере пространственных металлических конструкций (ПМК), которые по сравнению с плоскими обладают такими достоинствами как высокая архитектурная выразительность, надёжность, малая металлоёмкость и т.д., что позволяет им широко применяться в современном строительстве. Ограничения задаются с учётом нормативных требований в соответствии СП 16.13330.2011 «Стальные конструкции». Параметры состояния конструкций (внутренние усилия, узловые перемещения и т.д.) определяются путём решения задачи статического анализа на основе метода конечных элементов.

Проблема оптимизации ПМК усложняется тем, что итерационный алгоритм оптимизации выполняет многократное обращение к задаче конечно-элементного (КЭ) анализа, которая сама по себе требует больших вычислительных ресурсов вследствие большой размерности. Кроме того число переменных проекта и ограничений, входящих в расчетную модель, может быть значительным. Таким образом, существенную роль в разработке алгоритмов оптимизации играет выбор поисковых методов, позволяющих, с одной стороны, давать устойчивую сходимость при заданной точности вычислений, а с другой, минимальное число решений задачи КЭ анализа.

Современные программные комплексы (ПК), такие как: *ЛИРА-САРП, SCAD, MicroFE*, реализующие модули КЭ анализа, а также конструктивный расчет в соответствии с российскими нормами, находят широкое применение в практике современного проектирования, позволяя инженеру решать задачи *поверочного расчета* при заданных физических и геометрических параметрах конструкций, однако в них отсутствует модули оптимизации, позволяющие выполнять *проектировочный расчет*. Зарубежные ПК (*MSC NASTRAN, ANSYS*) помимо развитого аппарата КЭ анализа, содержат модули оптимизации. Однако главное препятствие в эффективном применении зарубежных ПК для задач оптимизации состоит в том, что в них отсутствует модуль проверок на основе российских норм в области проектирования, нет возможности варьировать сечениями согласно сортаментам. Поэтому разработка эффективных алгоритмов и программных комплексов оптимизации ПМК является одной из актуальных проблем современного проектирования.

Цель и задачи исследования. Целью исследования является создание эффективного математического аппарата для совершенствования и автоматизации проектировочного расчета пространственных металлических конструкций, работающих в условиях статических воздействий.

Для достижения этой цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Исследование методики поиска оптимальных решений на основе модифицированной функции Лагранжа (МФЛ), где реализована автоматическая настройка коэффициентов на сходимость алгоритма оптимизации.

2. Создание программного комплекса (ПК) расчета и оптимизации пространственных металлических конструкций путем разработки и добавления блоков КЭ анализа и

конструктивного расчета, верификации ПК на основе решения тестовых задач.

3. Решение задачи оптимизации ПМК на основе аппроксимаций функций ограничений полиномами первого и второго порядка, сравнительный анализ сходимости и результативности такого подхода.

4. Решение практических задач оптимизации ПМК на непрерывном и дискретном пространстве изменения варьируемых параметров, исследование результатов на единственность.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования являются пространственные металлические конструкции (каркасы зданий, опоры линий электропередач и др.), подверженные статическим воздействиям. Предмет исследования – математическая модель задачи оптимизации ПМК, численные методы и алгоритмы оптимизации; настройка коэффициентов, влияющих на сходимость алгоритмов.

Методология и методы исследования. Для задания основных свойств объекта и его взаимодействия с внешней средой использовался принцип математического моделирования. Исследование принятой модели выполнялось на основе численных методов статического анализа, численных методов НЛП, где условно-экстремальная задача сведена к задаче на безусловный экстремум с помощью модифицированной функции Лагранжа. Задача на безусловную оптимизацию решалась прямыми методами нулевого порядка. Разработка авторских комплексов программ проводилась в среде *Visual Studio*. При проведении верификационных исследований использовался ПК *ANSYS*.

Достоверность результатов. Достоверность полученных результатов подтверждена применением корректных математических подходов, использующих численные методы КЭ анализа и методы решения условно-экстремальных задач, а также сравнением с результатами тестовых задач оптимизации.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Разработана новая математическая модель, на основе которой реализован алгоритм автоматизированного проектировочного расчета пространственных металлических конструкций с оптимизацией их геометрических параметров согласно заданному критерию.

2. Усовершенствована методика оптимизации с использованием модифицированной функции Лагранжа путем автоматической настройки коэффициентов нормировки целевой функции и функций ограничений.

3. Предложен оригинальный подход к решению задачи оптимизации пространственных металлических конструкций, где заложена возможность варьирования, как параметрами поперечного сечения, так и координатами узлов на непрерывном и дискретном диапазоне.

4. Разработан алгоритм оптимизации ПМК на основе аппроксимаций, для чего в программный комплекс оптимизации встроен модуль анализа чувствительности параметров стальных конструкций.

5. В программный комплекс оптимизации ПМК встроены блоки конечно-элементного анализа и блок конструктивного расчёта, которые функционируют независимо, что даёт возможность их автономного редактирования.

Практическая значимость работы.

1. Разработаны методы и алгоритмы оптимизации, на основе которых создан программный комплекс *РОПМК*, позволяющий решать практические задачи оптимизации ПМК с включением нормативных требований по прочности, устойчивости и жесткости.

2. Для тестирования функций ограничений, включающих нормативные требования к ПМК, разработан программный модуль *АНаСК*, реализующий анализ чув-

ствительности параметров стальных конструкций.

3. Результаты диссертационного исследования могут быть использованы в учебном процессе при проведении занятий по дисциплинам «Металлические конструкции» и «Строительная механика», а также аспирантами, научными работниками, которые занимаются вопросами оптимизации конструкций.

Апробация работы. Основные положения исследований докладывались на конференциях и симпозиумах, среди которых: XVIII Байкальская всероссийская конференция «Информационные и математические технологии в науке и управлении» (ИСЭМ СО РАН, г. Иркутск. 2013); III Всероссийская конференция «Проблемы оптимального проектирования сооружений», НГАСУ, СО РААСН (Новосибирск, 2014), V Международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (ИрГТУ, г. Иркутск. 2014), XV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (ИВТ СО РАН, г. Тюмень. 2014).

Публикации и личный вклад автора. Результаты диссертационного исследования опубликованы в 13 научных работах (объёмом – 20,63 п.л., авторских – 8,67 п.л.), в том числе 5 работ в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ, и одна монография. Получены свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ. Все вносимые на защиту результаты получены лично автором или при его непосредственном участии.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы из 181 наименования. Объём работы составляет 173 страницы, 70 рисунков и 30 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность работы, определена научная и практическая новизна, представлено краткое содержание диссертационной работы по главам.

В первой главе рассмотрен аналитический обзор современных подходов к решению задач оптимизации пространственных металлических конструкций, изложенных в работах российских и зарубежных авторов, среди которых отмечены: Н.П. Абовский, Н.В. Баничук, А.И. Виноградов, Г.И. Гребенюк, Т.Л. Дмитриева, В.А. Киселев, В.А. Комаров, И.Б. Лазарев, Л.С. Ляхович, В.П. Малков, Д.А. Мацюлявичюс, Ю.М. Почтман, И.М. Рабинович, Ю.А. Радциг, А.Р. Ржаницын, Н.Д. Сергеев, Н.Н. Складнев, А.Ф. Смирнов, А.П. Филиппов, А.А. Чирас, Я. Арора, Н. Адели, Д. Келлер, М. Леви, Ф. Ниордсон, Н. Ольхофф, Д. Рожваны, Д. Тейлор, М. Тернер, Э. Хог, Р. Шилд и др.

Рассмотрены различные аспекты, определяющие вычислительную трудоемкость решения задачи оптимизации. Отмечено, что поиск оптимальных геометрических и физических параметров конструкций выполняется комбинацией численных методов *анализа*, что требует выбора *расчетной КЭ модели,* и методов *синтеза* (*или оптимизации*) на основе выбора *проектной модели*, которая включает варьируемые переменные проектирования и требования к состоянию объекта оптимизации в виде ограничений.

В отдельном разделе дается характеристика современных программных комплексов (ПК), наиболее популярных в российском строительном проектировании, таких как *ЛИРА-САРП, SCAD, MicroFE*. Приведено описание зарубежных ПК (*MSC NASTRAN, ANSYS, SOLIDWORKS*), в которых реализованы модули оптимизации.

Вторая глава посвящена построению математической модели задачи оптимизации ПМК по критерию минимального объёма при статических воздействиях. Задача поставлена следующим образом:

$$\text{найти} \quad \min \; f(x, D(x)), \quad x \in E^{nx}; \tag{1}$$

$$\text{при ограничениях} \quad g_j(x, D(x)) \le 0, \quad j = 1,2...m; \tag{2}$$

$$x_i^L \le x_i \le x_i^U, \quad i = 1,2...nx, \tag{3}$$

где nx – число варьируемых параметров, m – число ограничений.

Геометрические параметры варьирования (вектор$\{X\}$) меняются *непрерывно*, либо *дискретно* на интервале $\{X^L\}$-$\{X^U\}$.

Функции ограничений (2) здесь имеют неявную связь с варьируемыми параметрами через параметры состояния $D(x)$, которые могут представлять собой перемещения узлов $\delta(x)$, внутренние силовые факторы s(x), напряжения $\sigma(x)$ и т.д.:

$$\{D(x)\} = \varphi\left(\delta(x), s(x), \sigma(x)\right). \tag{4}$$

Для пространственной стержневой системы вектор перемещений $\{\delta(x)\}$ в i-ом узле и вектор внутренних усилий $\{s(x)\}$ в сечении k имеет 6 компонент:

$$\{\delta_i(x)\}^T = \{u_i(x) \;\; v_i(x) \;\; w_i(x) \;\; \theta_{xi}(x) \;\; \theta_{yi}(x) \;\; \theta_{zi}(x)\},$$

$$\{s_k(x)\}^T = \{N_k(x) \;\; Q_{yk}(x) \;\; Q_{zk}(x) \;\; M_{xk}(x) \;\; M_{yk}(x) \;\; M_{zk}(x)\}.$$

которые определяются решением задачи КЭ анализа в линейной постановке:

$$[K(x)]\{\delta(x)\} = \{F(x)\}, \tag{5}$$

где $[K(x)]$ – матрица жесткости системы, $\{F(x)\}$ – вектор внешней нагрузки.

Отличие КЭ модели (5) от стандартной конечно-элементной модели состоит в том, что здесь матрица жёсткости является функцией варьируемых координат узлов и параметров сечений. Таким образом, геометрические и физические параметры этой матрицы можно разделить на *фиксированные* и *варьируемые.* Грузовой вектор строится также с учётом варьирования узлов.

Для решения поставленной задачи предложены *два алгоритма*.

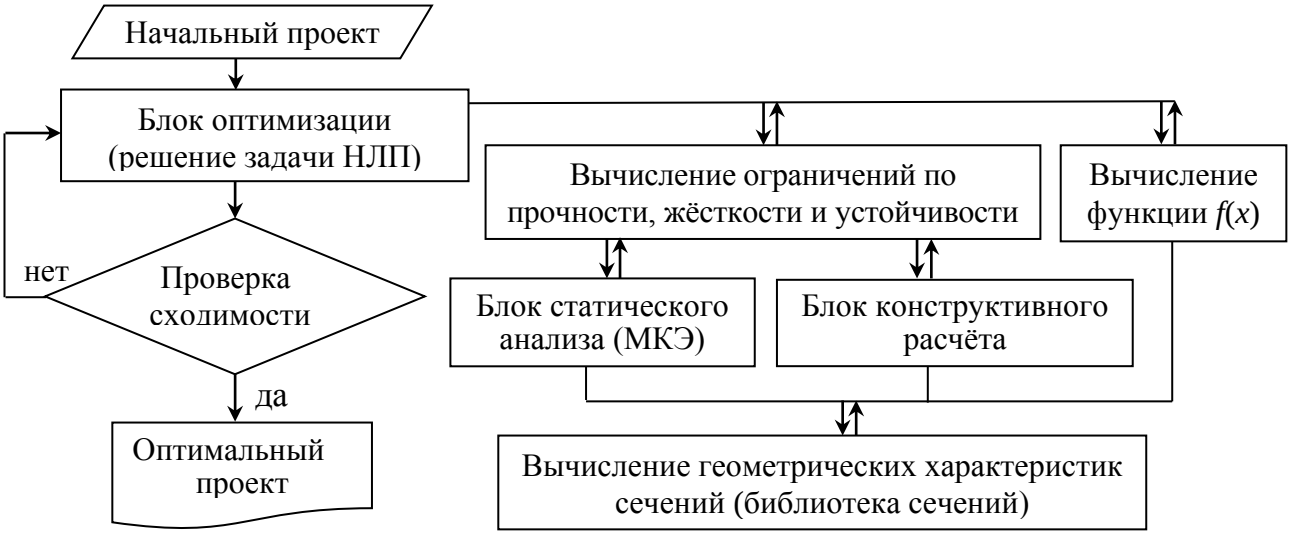

Рис. 1. Взаимосвязь основных блоков алгоритма при прямом вычислении функции цели и ограничений

Первый алгоритм (рис. 1) предполагает, что в процессе поиска оптимального решения каждое обращение к функциям ограничений требует решения задачи статического анализа. Такой подход, с одной стороны, дает хорошую сходимость на внешних итерациях поискового процесса. С другой стороны, вычислительная трудоемкость задачи возрастает за счет многократного обращения к блоку КЭ анализа.

Блок оптимизации разработан на основе многометодных алгоритмов условной и безусловной минимизации. Алгоритм решения задачи *статического анализа* реализован для пространственных стержневых конструкций. *Конструктивный расчет* включает проверки по прочности, устойчивости, согласно нормативному документу СП 16.13330.2011 «Стальные конструкции». В *библиотеке сечений* вычисляются геометрические характеристики простых и составных сечений. Сюда же включены базы данных, содержащие геометрические характеристики сортаментов.

Второй алгоритм основан на аппроксимациях (рис. 2). Для решения задачи (1-2) формируется приближенная модель путём построения в окрестности текущей точки аппроксимаций целевой функции и функций ограничений, либо параметров состояния, входящих в эти функции. Аппроксимации выполняются путем разложения исходных функций в ряд Тейлора с удержанием членов первого (линейные аппроксимации) либо второго (квадратичные аппроксимации) порядка. Коэффициенты аппроксимации формируются в блоке *анализа чувствительности*. Преимущество такого похода состоит в том, что он требует существенно меньшего числа обращений к блоку КЭ расчета по сравнению с первым. Поиск оптимального решения (задача НЛП) реализуется для приближенной модели.

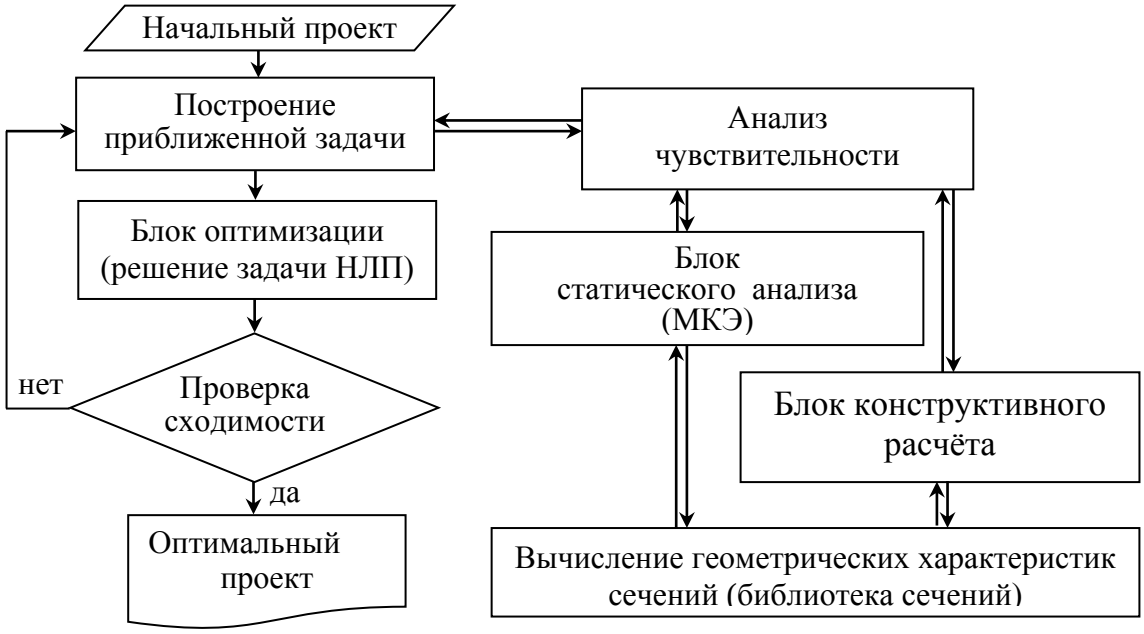

Рис. 2. Алгоритм оптимизации на основе аппроксимаций

Основным блоком в каждом из этих алгоритмов является блок *оптимизации*, который рассмотрен наиболее подробно. Здесь реализовано решение стандартной задачи НЛП:

$$\text{найти} \quad min \quad f(x),\ x \in E^{nx}, \tag{6}$$

$$\text{при ограничениях} \quad g_j(x) \le 0, \quad j = 1,2,\ldots,m; \tag{7}$$

$$x_i^L \le x_i \le x_i^U, \qquad i = 1,2,\ldots,nx. \tag{8}$$

Поисковые алгоритмы, заложенные в этом блоке, основаны на сведении условно-экстремальной задачи (6-8) к задаче на безусловный экстремум. Такой переход возможен с помощью стандартной функции Лагранжа:

$$F_L(x) = f(x) + \{Y\}^T [\delta] \{g^*\}, \tag{9}$$

где $\{Y\}$ – множители Лагранжа (двойственные переменные); $[\delta]$ – диагональная матрица,

элементы которой $\delta_{jj} = 1$, если соответствующее ограничение является активным, иначе, $\delta_{jj} = 0$.

Применимость функции (9) ограничивается задачами выпуклого программирования. Для построения алгоритмов, обладающих более широкой областью сходимости, предлагается модифицировать эту функцию путем добавления штрафа за невыполнение условий (7).

Кроме того, для повышения скорости сходимости в функции ограничений, которые изначально заданы в безразмерной форме и нормированы к единице, добавлен коэффициент нормировки ограничений k_g:

$$g_j^*(x) = k_g \cdot g_j(x), \quad j = 1,2,\ldots,m. \tag{10}$$

Тогда модифицированная функция Лагранжа (МФЛ) Fp имеет вид:

$$Fp(x) = k_f \cdot F_L + P(x). \tag{11}$$

где $P(x)$ – штрафная добавка, определяемая выражением:

$$P(x) = 0{,}5\{g^*\}^T [\delta][k]\{g^*\}. \tag{12}$$

Выражения (11) и (12) содержат регулирующие коэффициенты: k_f – коэффициент нормировки функции Лагранжа; $[k]$ – диагональная матрица штрафных коэффициентов.

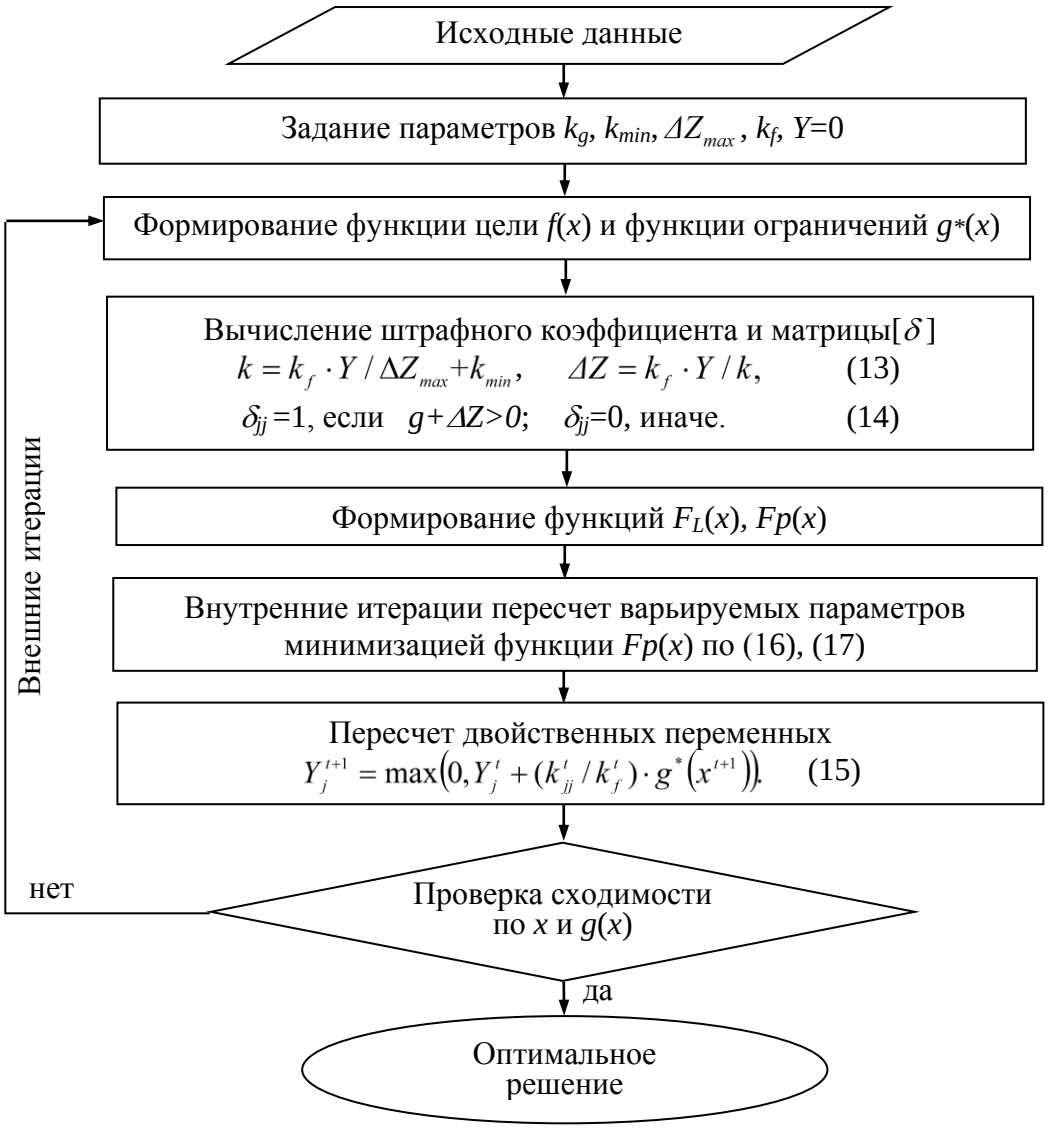

Рис. 3. Блок - схема алгоритма решения задачи НЛП

На основе МФЛ (11) построен алгоритм решения задачи НЛП, блок-схема которого приведена на рис. 3. Величина ΔZ в выражении (13) представляет собой сдвиг ограничений в допустимую область. Входные параметры k_{min}, $\Delta Z_{\max}$ определяют пределы коэффициентов штрафа и параметра ΔZ.

Из приведенной блок-схемы видно, что итерационный алгоритм решения задачи (6–8) с помощью функции (11), на каждой итерации t включает в себя:

а) процедуру определения вектора прямых переменных $\{X^{t+1}\}$:

$$\{X^{t+1}\} \in Arg\min Fp(X^t), \tag{16}$$

$$x_i^L \le x_i \le x_i^U, \quad i = 1,2..nx. \tag{17}$$

б) процедуру определения вектора двойственных переменных $\{Y^{t+1}\}$ по (15).

в) проверку окончания итерационного процесса:

$$\left|X^{t+1} - X^t\right| / \left|X^t\right| \le \varepsilon_x, \qquad \left|\bar{g}\right| \le \varepsilon_g, \tag{18}$$

где $\left|\bar{g}\right|$ – множество потенциально активных ограничений; ε_x, ε_g – заданная точность вычислений прямых и двойственных переменных.

Для решения задачи (16)-(17) в алгоритме реализованы *прямые поисковые методы* (метод покоординатного спуска и метод деформируемого многогранника).

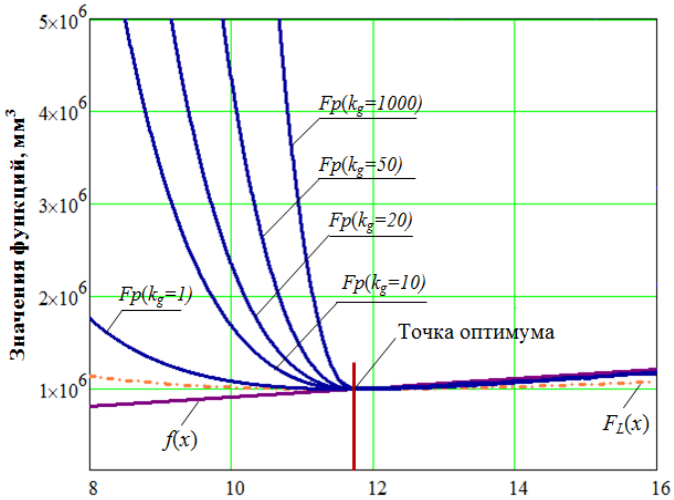

Рис. 4. Изменение функций при различных значениях k_g

Важный вопрос, связанный со сходимостью алгоритма, состоял в задании коэффициентов нормировки k_f, и k_g. Исследовано влияние этих коэффициентов на скорость сходимости алгоритма. Показано, что эти коэффициенты регулируют крутизну модифицированной функции Лагранжа $Fp(x)$ (рис. 4). Рассмотрены два решения, когда начальные значения варьируемых параметров (X_0) находились *ниже* и *выше* точки оптимума (X_{otp}) (рис. 5, рис. 6).

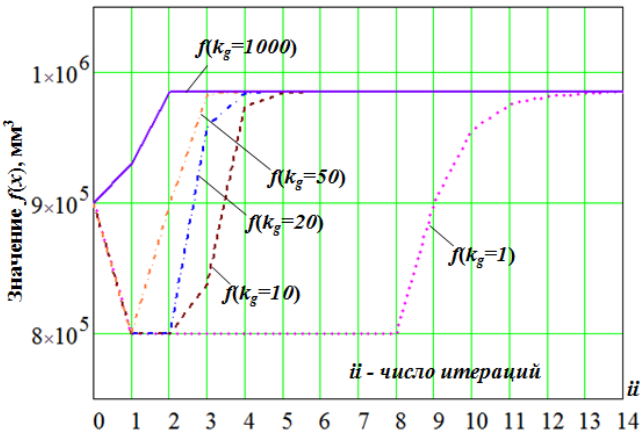

Рис. 5. Изменение целевой функции на итерациях при различных k_g (X_0<X_{opt})

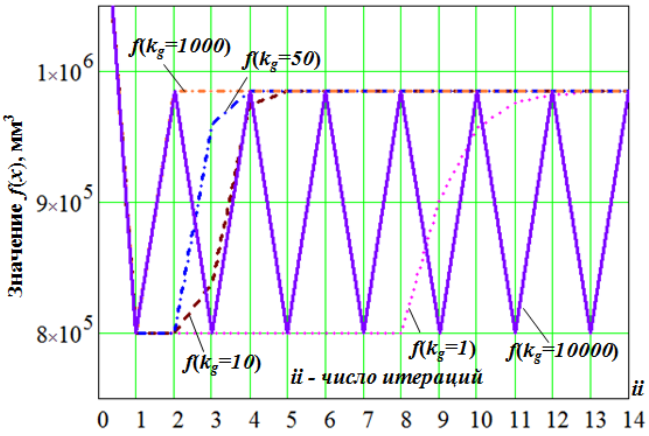

Рис. 6. Изменение целевой функции на итерациях при различных k_g (X_0>X_{opt})

Из рис. 5 видно, что повышение коэффициент k_g до определенного предела при фиксировании значения k_f увеличивает скорость сходимости.

Второе решение (рис. 6) иллюстрирует, что увеличение k_g также ведет увеличению скорости сходимости. Однако при достаточно высоких его значениях – (в данном случае 10000) происходит скачкообразное изменение $f(x)$, т.е. сходимость отсутствует.

Проведенные исследования показали, что наилучшая сходимость имеет место, если соотнести значение коэффициентов k_g, k_f со значением целевой функции. На основании этого коэффициенты нормировки предложено назначать следующим образом:

– в качестве начального проекта принимаются максимальные значения варьируемых параметров на заданном диапазоне изменения: $X_0=X_{max}$.

– вычисляется начальное значение целевой функции $f(X_0)$;

– если порядок целевой функции $f(X_0)$ *положительный* (например, $f(X_0) = 10^5$):

$$k_f = 1, \quad k_g = \mathrm{Int}\left[\sqrt{f(X_0)/k_{\min}}\right]$$

– если порядок целевой функции *отрицательный* (например, $f(X_0) = 10^{-5}$):

$$k_g = 1, \quad k_f = \mathrm{Int}\left[1/f(X_0)\right].$$

Таким образом, в блоке *оптимизации* реализована *автоматическая настройка* коэффициентов, обеспечивающих устойчивую сходимость алгоритма оптимизации ПМК.

В третьей главе дано описание программного комплекса *РОПМК* (*Расчет и оптимизация пространственных металлических конструкций*), разработанного на основе изложенных алгоритмов (рис. 1, рис. 2). Разработан интерфейс ПК *РОПМК* в виде табличного редактора ввода данных, где задаются физические и геометрические параметры ПМК. Выходные данные выводятся в текстовые и графические файлы. На рис. 7 приведена соответствующая панель инструментов.

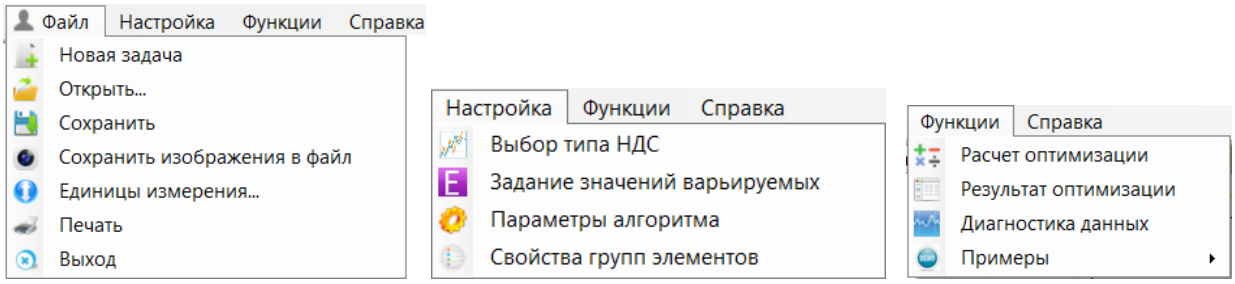

Рис. 7. Панель инструментов ПК *РОПМК*

Для программной реализации использована среда разработки *Visual Studio* 2013. Вычислительные модули разработаны с использованием алгоритмического языка *FORTRAN*, интерфейс ПК выполнен на основе *C#*.

В четвёртой главе выполнена апробация программного комплекса *РОПМК* путем решения тестовых и практических задач оптимизации пространственных металлических конструкций. Здесь же реализованы проверки оптимальных проектов на единственность.

Пример 1. Оптимизация 25-ти стержневой пространственной металлической конструкции

Рассмотрена тестовая задача оптимизации 25-ой стержневой ПМК при *двух* случаях загружений силовой статической нагрузкой (рис. 8 а, б).

- первый случай загружения: $F_1 = 22{,}25$ кН, $F_2 = 89$ кН;

- второй случай загружения: $F_1 = 22{,}25$ кН, $F_3 = 4{,}45$ кН, $F_4 = 44{,}5$ кН, $F_5 = 2{,}225$ кН.

Элементы конструкции сгруппированы по типу сечений (8 групп).

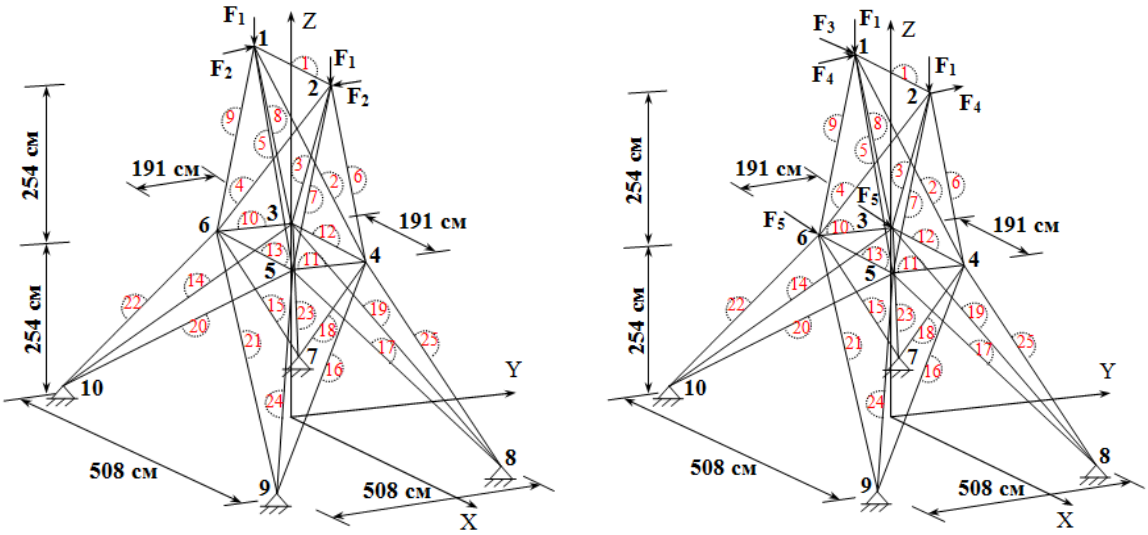

Рис. 8. Пространственная конструкция, содержащая 25 стержней: а) первый случай загружения; б) второй случай загружения

Постановка задачи и методы решения:

Целевая функция представляет собой объём конструкции: $f(x)=\sum_{i=1}^{25} A_i(x)\cdot l_i(x)$,

где $A_i(x)$, $l_i(x)$ - площадь поперечного сечения и длина i-ого элемента.

Функции ограничений: а) проверка на прочность i-й группы конструкции:

$$g_j(x)=N_i(x)/([\sigma_i]\cdot A_i(x))-1\le 0,\quad i=1,2,\ldots 16.$$

Здесь $N_i(x)$ – значение продольной силы базового элемента в i-ой группе; $[\sigma_i]$ – предельные напряжения для сжатых и растянутых элементов в каждой группе.

б) ограничение в виде допусков на перемещение узлов *1, 2* по направлениям *X, Y*:

$$g_k(x)=\delta_{xi}(x)/[\delta]-1\le 0,\qquad i=1,2;\ k=17,19,21,23.$$

$$g_h(x)=\delta_{yi}(x)/[\delta]-1\le 0,\qquad i=1,2;\quad h=18,20,22,24.$$

Допуск на перемещение узлов $[\delta]$ = 0,89 см.

Для обеспечения устойчивости работы алгоритмов в качестве метода безусловной минимизации использован *метод деформируемого многогранника*. Максимальная невязка в ограничениях задана $\varepsilon_g=10^{-4}$. Задача решена в *двух* вариантах.

Вариант 1. *Варьирование параметров сечений элементов*

В этом варианте рассмотрены *два* случая, в которых приняты разные типы сечений. В первом случае принято *кольцевое сечение*, во втором случае – *коробчатое сечение*. Число варьируемых параметров – 8; общее число ограничений – 24.

Результаты решения задачи оптимизации

Случай 1: Оптимальное значение целевой функции (объём конструкции) $f(x)$ = 88134,022 см^3; число обращений к целевой функции – 16743. Выявлены активные ограничения на напряжения: g_{13} = $-0{,}49\cdot 10^{-5}$ и на перемещения узлов *1, 2*: $g_{18}=-0{,}3\cdot 10^{-5}$, $g_{20}=-0{,}38\cdot 10^{-3}$, $g_{22}=0{,}64\cdot 10^{-4}$, $g_{24}=-0{,}12\cdot 10^{-3}$.

Случай 2: Оптимальный объём конструкции $f(x)$ = 87418,360 см^3; число обращений к целевой функции = 13285; активные ограничения на напряжения: $g_{13}=-0{,}90\cdot 10^{-6}$ и на перемещения узлов *1, 2*: $g_{18}=-0{,}9\cdot 10^{-4}$, $g_{20}=-0{,}14\cdot 10^{-3}$, $g_{22}=0{,}33\cdot 10^{-4}$, $g_{24}=-0{,}41\cdot 10^{-4}$.

На рис. 9 показано изменение целевой функции для случаев 1, 2. Из рис. 9 видно, что приближенное решение к оптимуму найдено на первых 2-х итерациях. Дальнейшие итерации корректируют это решение до требуемой точности. Оптимальный объём конструкции в *первом случае* получен *больше*, чем во *втором* на 0,81%.

Таким образом, применение разных типов поперечного сечения элементов при непрерывном их варьировании приводит к различным значениям параметров сечений, но к практическому совпадению площадей элементов и объёма в целом.

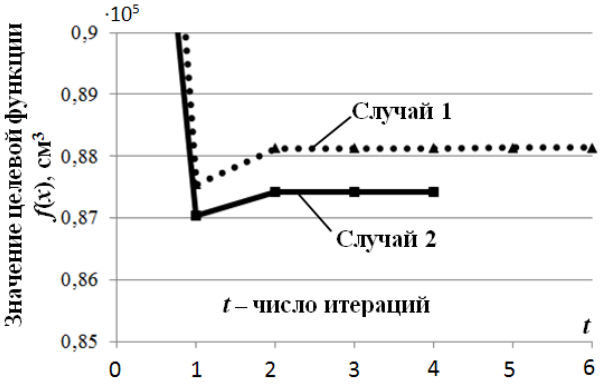

Рис. 9. График изменения целевой функции на итерациях (вариант 1)

Вариант 2*. Варьирование параметрами сечений элементов и координатами узлов*

Кроме варьирования параметрами сечений, перечисленных в предыдущем варианте, здесь варьируется еще один – *координата* группы узлов *3*, *4*, *5*, *6* по направлению *Z* с дискретным шагом 10 см. Число варьируемых параметров увеличивается до 9-ти; общее число ограничений – 24.

Результаты решения задачи оптимизации

Случай 1 (*кольцевые сечения*)*:* оптимальный объём $f(x)$ = 79024,998 см^3; координаты узлов *3*, *4*, *5*, *6* по оси *Z* – 280 см.

Случай 2 (*коробчатые сечения*)*:* оптимальный объём $f(x)$ = 82784,121 см^3; координаты узлов *3*, *4*, *5*, *6* по оси *Z* – 270 см.

Отмечено, что варьирование координатой узлов *3*, *4*, *5*, *6* в данной конструкции привело к уменьшению её объёма. *Выполнено сравнение результатов* оптимальных решений для 2-х вариантов с результатами, полученными в других источниках. Данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение полученных результатов оптимизации							
Показатели	***Вариант 1***		***Вариант 2***		**Решение в *ANSYS***	**Адели и Камаль**	**Адели, Х. Парк**
	Случай 1	*Случай 2*	*Случай 1*	*Случай 2*			
Сечение	○	□	○	□	○	-	-
Координаты узлов *3*, *4*, *5*, *6* по оси *Z*	254 см	254 см	280 см	270 см	254 см	254 см	254 см
Число итераций *t*	6	4	3	3	8	-	77
Число обращений к функциям ограничений	16743	13285	7027	13178		-	-
Оптимальный объём, см^3	88134,02	87418,36	79024,99	82784,12	87784,12	89425,20	90383,19
Объём %	97,51%	96,8%	87,43%	91,59%	97,12%	98,94%	100%

На основе полученных исследований сделан вывод, что использование алгоритмов НЛП на основе модифицированной функции Лагранжа дают лучшую сходимость и результативность чем алгоритмы, заложенные в других источниках.

Пример 2. Оптимизация пространственного каркаса двухэтажного здания

Здесь варьируются параметры сечений, а также угол наклона ригеля каркаса α (рис. 10). Координаты остальных узлов при этом фиксированы.

Постановка задачи и методы решения:

Минимизируется объём каркаса: $f(x) = \sum_{i=1}^{34} A_i(x) \cdot l_i(x)$,

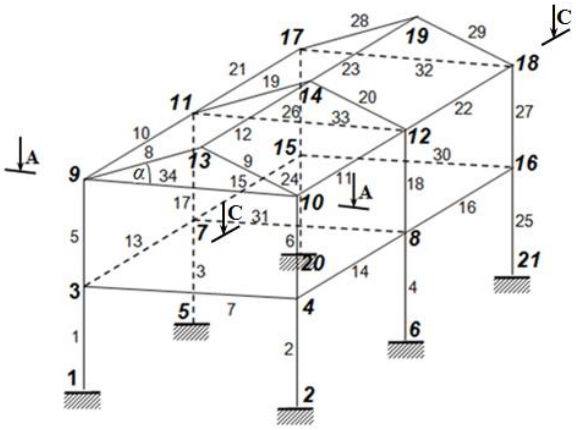

Рис. 10. Расчетная схема пространственного каркаса

где $A_i(x)$, $l_i(x)$ – площадь поперечного сечения и длина i-го элемента.

Ограничения представлены в виде: а) проверок по прочности и местной устойчивости согласно нормам СП 16.13330.2011; б) допусков на перемещение узлов *9*, *11*, *17* по направлениям *x* и *y*.

Приняты следующие пределы изменения угла α: $\alpha_{min}= 5^0$, $\alpha_{max}= 45^0$.

Задача решена в *трёх* вариантах.

Вариант 1. Непрерывное изменение варьируемых параметров сечений. Здесь для каждого случая загружения варьировался 1 параметр (внешний диаметр) *кольцевого* и 2 параметра (высота стенки и ширина полки) *двутаврового* сечения. Использование алгоритма прямого вычисления функций ограничений.

Вариант 2. Параметры сечений принимались согласно сортаменту. Таким образом, варьировались позиции сортамента соответствующего сечения. Использован алгоритм прямого вычисления функций ограничений.

Вариант 3. Задача решена на основе алгоритма аппроксимаций при непрерывном изменении параметров сечений. Здесь для формирования *приближенной задачи* на итерациях верхнего уровня в окрестности текущей точки $\{X^*\}$ строились линейные аппроксимации функций ограничений:

$$g^{apr}(x)=\left\{\frac{g(x)}{\partial x}\right\}^{T}_{x=x^*}\left\{x-X^*\right\}+g\left(X^*\right).$$

Это требовало *napr* обращений к прямому вычислению функций ограничений, где *napr =2·nx+1* (*nx* – число варьируемых параметров). На внутренних итерациях алгоритма задача безусловной минимизации была решена *методом деформируемого многогранника.* Предельное число высших итераций было ограничено до 6-ти. Точность в невязках ограничений ослаблена до 10^{-1}.

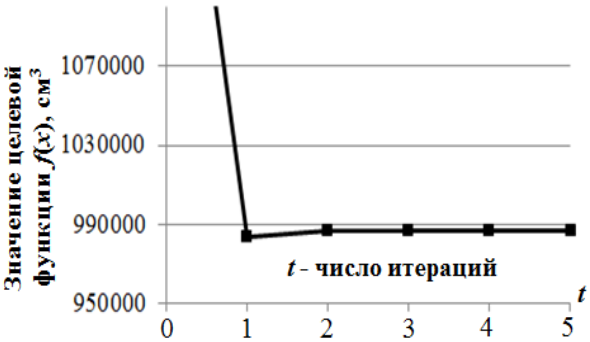

Рис. 11. Изменение целевой функции на итерациях (вариант 1)

Результаты решения задачи оптимизации

На рис. 11 показано изменение целевой функции на итерациях при *непрерывном изменении* параметров (*вариант 1*). Видно, что уже первая итерация поискового процесса даёт решение близкое к оптимальному.

Выполнено исследование оптимального решения на единственность для варианта 1. Результаты показали, что получено *практическое совпадение* оптимальных значений целевой функции (разброс составил 0,0016%).

В *дискретном варианте* получено 3 локальных решений, дающих значения целевой функции с разбросом в 5,7%. В этом случае оптимальный проект может быть выбран с точки зрения таких показателей, как наименьшее значение целевой функции, высокая точность в невязках ограничений и т.д.

В *третьем варианте* оптимальное решение было получено на 3-й итерации уровня аппроксимаций. Общее число прямых вычислений функции ограничений со-

кратилось до 346, что дает существенное снижение времени расчёта. В табл. 2 даны результаты решения задачи оптимизации каркаса.

Таблица 2

Результаты оптимизации пространственного каркаса

Показатели	*Вариант 1*	*Вариант 2*	*Вариант 3*
Угол наклона α (град.)	27^0	18^0	32^0
Число итераций	5	10	3
Число обращения к функциям ограничений	170163	4896	346
Макс. невязка в ограничениях	$-0{,}46\cdot10^{-3}$	$-0{,}87\cdot10^{-2}$	$0{,}47\cdot10^{-1}$
Объём (см^3)	986987,702	1065521,59	1238484,9
Объем (%)	**79,69%**	**86,03%**	**100%**

Из табл. 2 видно, что решение задачи оптимизации с использованием алгоритма на основе аппроксимаций требует существенно меньшего числа обращений к вычислению функций ограничений, чем алгоритм, где функции ограничений вычисляются напрямую. Оптимальный объём конструкции в первом варианте имеет отличие по сравнению с третьим на 20,31%.

В пятой главе исследована задача оптимизации опоры линии электропередачи напряжением 35 кВ с использованием ПК *РОПМК*. Задача имеет существенно большую размерность по сравнению с предыдущими примерами (255 элементов и 97 узлов).

Целевая функция: $f(x)=\sum_{i=1}^{255} A_i(x)\cdot l_i$,

где A_i, l_i - площадь поперечного сечения и длина i-го элемента опоры.

Функции ограничений представлены в виде проверки по прочности и жесткости (допуска на перемещение узлов). Задача решена в непрерывном и дискретном изменении варьируемых параметров.

а) Непрерывное изменение параметров сечений

В этом варианте для каждого случая загружения варьировалась ширина (высота) равнополочного уголка, толщина принималась как часть ширины $t=H/12$. Число варьируемых – 8; число ограничений – 36; максимальная невязка в ограничениях – 10^{-3}.

б) Дискретное изменение параметров сечений

В реальном проектировании опор ЛЭП параметры сечения меняются *дискретно,* поэтому в данном случае сечение варьировалось согласно сортаментам. Число варьируемых – 8; число ограничений – 36; максимальная невязка в ограничениях – 10^{-2}.

Сравнение полученных результатов оптимизации

Таблица 3

Сравнение полученных результатов оптимизации			
Показатели	*Непрерывное варьирование*	*Дискретное варьирование*	*Значение в типовом проекте*
Число итераций	2	6	-
Число обращения к функциям ограничений	151486	20925	-
Невязка в ограничениях g_{max}	$0{,}33\cdot10^{-4}$	$-0{,}49\cdot10^{-3}$	-
Объем опоры (*см*^{3})	232837,32	273525,29	304528,302
Масса опоры (*кг*)	1851,1	2174,5	2421
Масса %	**76,46%**	**89,82%**	**100%**

Рассмотрено сравнение полученных оптимальных решений со значениями, соответствующими типовому проекту (100%) (табл. 3). Авторский результат продемонстрировал снижение объема, вычисленного при дискретном варьировании параметров сечений, по сравнению с типовым проектом на 10%.

Таким образом, данный пример иллюстрирует, что разработанный алгоритм и программный комплекс оптимизации ПМК позволяет решать практические задачи проектировочного расчета реальных конструкций, получая при этом оптимальные проекты с заданной точностью в невязках ограничений согласно заданному критерию оптимальности.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель оптимизации пространственных металлических конструкций на основе численных методов нелинейного программирования и КЭ анализа, в которой матрица жёсткости является функцией варьируемых координат узлов и параметров сечений, заданных непрерывном и дискретном интервале.

2. Выполнено усовершенствование метода модифицированной функции Лагранжа путем автоматической настройки коэффициентов нормировки функции цели и ограничений, обеспечивающей устойчивую сходимость алгоритма оптимизации.

3. Разработан алгоритм решения задачи оптимизации ПМК на основе аппроксимаций функций ограничений, который позволяет сократить число обращений к решению задачи конечно-элементного анализа, что существенно сокращает вычислительную трудоемкость задачи.

4. Предложенная модель оптимизации реализована в программном комплексе РОПМК, где автором разработаны следующие блоки: блок аппроксимаций, блок статического анализа пространственной задачи и блок конструктивного расчёта ПМК. Выполнена разработка интерфейса ввода и вывода данных.

5. Исследована сходимость алгоритмов оптимизации ПМК путём решения тестовых задач, где выявлено, что авторские результаты имеют лучшие показатели по точности и вычислительной трудоемкости, чем решения, полученные в других источниках.

6. Решены практические задачи оптимизации ПМК, где варьировались как параметры поперечных сечений, так и координаты узлов на непрерывном и дискретном интервале. При непрерывном варьировании получен глобальный оптимум, при дискретном – несколько локальных решений, среди которых оптимальный проект может быть выбран по наименьшей величине целевой функции, значению в невязках ограничений и т.д.

СПИСОК ОСНОВНЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Ле Чан Минь Дат. Алгоритм оптимизации на основе аппроксимаций / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Вестник ИрГТУ. – № 12 (71). 2012. – С. 134-140.

2. Ле Чан Минь Дат. Сравнительная оценка результатов оптимального проектирования ферм с использованием программных средств / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Известия вузов. Строительство. – № 3. 2014. – С. 110-117.

3. Ле Чан Минь Дат. Оптимальное проектирование пространственной металлической конструкции с использованием ПК ANSYS / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат// International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – Volume 10. Issue 2. 2014. – С. 79-84.

4. Ле Чан Минь Дат. Решение тестовых задач оптимизации пространственных метал-

лических конструкций / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // «Современные технологии. Системный анализ. Моделирование»: науч. журнал. – ИрГУПС. – № 4 (48). 2015. – С. 14-20.

5. Ле Чан Минь Дат. Алгоритмы решения задачи оптимизации пространственной металлической конструкции и их программная реализация / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Вестник ИрГТУ. – № 4 (111). 2016. – С.75-82.

Свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ

6. Свидетельство № 2015616560 от 15.06.2015 о государственной регистрации программы для ЭВМ. Анализ чувствительности параметров стальных конструкций / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Федеральная служба по интеллектуальности собственности и товарным знакам. – 2015 г. (авторский объём – 100%).

7. Свидетельство № 2015662383 от 24.11.2015 о государственной регистрации программы для ЭВМ. Расчет и оптимизация пространственных металлических конструкций / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Федеральная служба по интеллектуальности собственности и товарным знакам. – 2015 г. (авторский объём – 70%).

Монография

8. Дмитриева Т.Л. Реализация алгоритмов численной оптимизации в современных программных комплексах / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат, Нгуен Ван Ты // Монография. – Иркутск: ИРНИТУ. – 2015. – 160 с.

Публикации в других изданиях

9. Ле Чан Минь Дат. Использование программного комплекса ANSYS для решения задач оптимизации ферм / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Проблемы оптимального проектирования сооружений. – НГАСУ, СО РААСН. – 2014. – С. 128-135.

10. Ле Чан Минь Дат. Оптимальное проектирование каркасной металлической конструкции с использованием ПК ANSYS / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. – № 1 (12) 2015. – С. 87-95.

11. Ле Чан Минь Дат. Построение математических моделей для проблемы оптимального проектирования стальных конструкций с учетом нормативных ограничений по прочности и устойчивости / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат, Нгуен Ван Ты // Информационные и математические технологии в науке и управлении. Том 1 – Иркутск: ИСЭМ СО РАН. – 2013. – С. 167-173.

12. Ле Чан Минь Дат. Оптимальное проектирование каркасной металлической конструкции с использованием ПК ANSYS / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Математическое моделирование и информационные технологии. – Тюмень. – 2014. – С. 38-39.

13. Ле Чан Минь Дат. Оптимальное проектирование пространственной металлической конструкции с использованием ПК ANSYS / Т.Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений. – Иркутск. – 2014. – С. 84-85.

Подписано в печать 07.10.2016. Формат 60 × 90 /16.
Бумага офсетная. Печать цифровая. Усл. печ. л. 1,0.
Тираж 100 экз. Заказ 241. Поз. Плана 8н.

Отпечатано в типографии издательства
ФГБОУ ВО «Иркутский национальный
исследовательский технический университет»
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.